רשת חינוך ובתי ספר

מדינת ישראל
משרד החינוך

קידום נוער - תוכנית היל"ה

השכלת יסוד ולימודי השלמה

מדריך למורה ולתלמיד במתמטיקה

תוכנית לימודים למסלול לימודי תעודה

קדם 10 למגזר החרדי

ארגון, כתיבה ועריכה

גלית שאול ואלברט זיקרי

ספטמבר 2014

תוכן עניינים

רציונל וסילבוס מתמטיקה – קדם 10 במתמטיקה

מקצוע המתמטיקה הינו מקצוע בעל חשיבות מרובה. זהו מקצוע שנהנה ממעמד מועדף של מקצוע חובה בבגרות, ומשמש "ככרטיס כניסה" להמשך ללימודים גבוהים. ניתן להסתכל על לימודי המתמטיקה כלמידה בשני ערוצי ידע: הבנה, ומיומנות.

מטרות לימוד המתמטיקה, על פי משרד החינוך-

1. התלמיד ידע עובדות יסוד וכן מושגי יסוד, של מדעי המתמטיקה.
2. התלמיד יכיר את היסודות של שפת המתמטיקה המשמשת כיום את שפת ממדעי הטבע, ומדעי החברה, שימוש ההולך וגובר.
3. התלמיד ידע להסיק מסקנות ממודלים מתמטיים בלתי מורכבים לגבי הסיטואציות שלמענן המודלים ניבנו.
4. התלמיד יפתח קשרי חשיבה מתמטית לוגית כגון הסקת מסקנות, הכללה, ניתוח, העלאת השערות בדיקתן והוכחתן , ביקורת על תשובותיו וכדומה.
5. התלמיד יוכל להשתמש בטכניקות של חישובים ופיתוחים מתמטיים ואף ישכיל להשתמש בהם בסיטואציות במתמטיות שונות.
6. התלמיד יעצב יחס חיובי למתמטיקה ולא יפתח חרדה מפני המקצוע.

- בתוכנית זו, כמו בשאר תוכניות הלימודים הנכתבות ללומדי קידום נוער בתוכנית היל"ה באים לידי ביטוי העקרונות הבאים:
- המקצוע כשפה- השפה המתמטית בעלת כללים, חוקים משלה, ועל הלומד להכיר שפה זו.
- למידה רלוונטית ומשמעותית – בחירת נושאים הקשורים לעולם התוכן של הלומדים.
- למידה הנובעת מתחומי עניין ונקודות חוזק- עידוד סקרנות, הנאה, יצירת חוויות של הצלחה.
- אמונה ביכולתו של הלומד להבין וללמוד מתמטיקה.
- בניית תשתית מתמטית שתאפשר לתלמיד להתקדם לבגרות במתמטיקה.

הקושי במתמטיקה קיים אצל תלמידים רבים, לרבות תלמידים ליקויי למידה.

<u>להלן מאפייני הקשיים המתמטיים שעליהם צריכים המורים לתת את הדעת</u>

קשיים בתפיסה מרחבית- חזותית או בתפיסה מוטורית, קשיים אלה מקשים על ספירה ברצף, תפיסה כמותית, זיהוי צורות גיאומטריות, אומדן, לימוד מספרים וסמלים , זיהוי כיוני ספרות, חישובים, העתקת צורות והתארגנות על הדף.

קשיים בשפה ובקריאה, קשיים אלה עשויים לגרום לקושי בביצוע מטלות הדורשות הבנה מילולית והבנת מונחים הקשורים בכמויות, כמו : "נוספו", "ירדו", "נפלו" וכו'.

קשיים בזיכרון, קשיים אלה גורמים לחוסר הבנת החישובים המתמטיים , חוסר יכולת לזכור פעולות אריתמטיות שרירותיות . קושי בזכירת צורות גיאומטריות וסימנים מתמטיים.

חסך באסטרטגיות מתמטיות, חסך זה מונע מהילד לבחור בדרך הפעולה הנחוצה לפתרון בעיה. ילדים עם חסך באסטרטגיות זקוקים לרוב להמחשות והדגמות חזותיות.

קושי בתפיסת כיוונים במרחב ובזמן, תלמידים בעלי קושי זה יתקשו בהערכת זמן ועלולים לטעות בזיהוי כיוונים במרחב או בכיווני סימנים.

דימוי גוף דל, תלמידים אלה עלולים להתקשות בציור דמות, במיקום מדויק של אברי גוף, בפרופורציות נכונות וברכישת מיומנויות מתמטיות.

חרדת מתמטיקה, תגובה רגשית זו משבשת את יכולת החשיבה בעת התמודדות עם בעיה בתחום המתמטיקה. מקור החרדה עשוי להיות רגשי או פיזיולוגי. אפשר שתלמידים הסובלים מקושי זה המערכת הביולוגית שלהם אינה מגיבה כהלכה במצבי לחץ ורמת עוררות גבוהה גורמת להם לחרדה כללית, לשיבושי חשיבה, לחוסר ארגון ולנטייה להימנע מביצוע המשימה הנדרשת.

<u>http://stwww.weizmann.ac.il/math-rehovot/haredi.html</u>

<u>מתמטיקה משלבת למגזר החרדי- מחלקה להוראת מדעים מכון וויצמן למדע</u>

קדם 10 שנות לימוד - מתמטיקה – ע"פ תוכנית הלימודים של משרד החינוך

<u>הנחיות רלוונטיות לתוכנית קדם 10 תוכנית היל"ה</u>

א. כל נושא יכלול לימוד ופיתוח של רמות חשיבה שונות: ידע וזיהוי, חשיבה אלגוריתמית, חשיבה תהליכית (יישום בהקשרים מוכרים) וחיפוש פתוח. בפרט, יש לשלב בעיות אוריייניות מתוך מציאות קרובה לתלמידים.

ב. יש לשלב אמצעי המחשה, כדוגמת איורים, דגמים, גזירות וקיפולי נייר בכל תחומי הלימוד שבהם זה ניתן.

<u>מבנה התוכנית</u>:

א. תוכנית הלימודים קדם 10 מחולקת לשני תחומים - **מספרי**, **אלגברי** על שני התחומים להילמד תוך שילוב מושכל ביניהם.

ב. לימודי ה**אלגברה** נפתחים ביצירת תשתית, שבמרכזה מושג ה**משתנה** וה**ביטוי האלגברי**. **משוואות** ופונקציות

ג. **התחום המספרי** נפתח בחזרה ובהעמקה ב**חוקי החשבון** המוכרים מבית הספר היסודי, ולאחר מכן לימוד **מספרים מכוונים** ובפעולות חשבון במספרים מכוונים.

אחד הנושאים הראשונים המהווים מחסום הוא **<u>"טכניקה אלגברית"</u>** כשמה כן היא "טכניקה" היא סדרה של פעולות שעל התלמיד לבצע על מנת להגיע לפתרון. רוב התלמידים לא מבינים את ההיגיון מאחורי הטכניקה ובשפתם "מי בכלל צריך את זה?" על המורה להציג לתלמידים את הנושאים באופן רלוונטי ומשמעותי, לעודד סקרנות הטבעית ולבצע הקשר בין הידע הקודם של התלמיד הנגזר מעולם הידע והערכים שלו (למשל, התנהלות עם כסף) לבין נושאי הלימוד המתמטיים. חלק מן התלמידים יוצאים לשוק העבודה, ולחלקם יש רישיון לרכב אם יתבצע שימוש נבון בנתונים אלו, ניתן ללמד את התלמידים את הטכניקה האלגברית באופן ידידותי לתלמיד, במטרה להוביל את התלמיד לסקרנות ולמידה משמעותית. רוב התלמידים אינם מבינים מדוע עליהם ללמוד מתמטיקה, ולא ברור להם במה הלימוד יכול להועיל להם בחיי היום יום. מתמטיקה הינו ביטוי מספרי למצבים יום-יומיים בהם אנו נתקלים.

על המורה להיות יצירתי, ולהלהיב את התלמידים בכך שיתרגם מצבים יום-יומיים של תלמידיו לשפת המספרים. שימוש בעקרון הרלוונטיות, יסייע להוביל את התלמידים ללמידה משמעותית ולהפוך את המקצוע המעורר חשש בקרב התלמידים, למקצוע חוויתי המעורר תחושת הצלחה.

<u>8 שנות לימוד</u>	<u>9 שנות לימוד</u>	<u>קדם 10</u>	<u>10 שנות לימוד</u>
• סדר פעולות חשבון • משוואות ממעלה ראשונה (שלמים ושברים) • בעיות מילוליות כלליות (עם נעלם אחד) • בעיות אחוזים (עם נעלם אחד) • קריאת ובניית גרפים • הנדסת המישור (היכרות עם צורות גיאומטריות ומושגים שטח והיקף באמצעות גיאומטריה אנליטית (מערכת צירים כהכנה לגיאומטריה אנליטית בתוכנית 10 שנות לימוד) משפחת המשולשים משפחת המרובעים	• משוואות עם שני נעלמים השוואת מקדמים והצבה • בעיות מילוליות ממעלה ראשונה עם שני נעלמים השוואת מקדמים והצבה • בעיות אחוזים - הוזלה והתייקרות. • גיאומטריה אנליטית משוואת הקו הישר • סטטיסטיקה תיאורית (מושגים) • הסתברות חד שלבית ודו שלבית באמצעות טבלה. • צורות מרחביות מושגים של נפח ושטח מעטפת ושטח פנים • סדרה חשבונית. • סכום סדרה חשבונית	• סדר פעולות חשבון • חזקות • שבר • שבר עשרוני • שורש ריבועי • שורש שלישי ומעלה • מספרים מכוונים • מבוא לאלגברה • כפל חד איבר בחד איבר • כינוס איברים • כפל חד איבר ברב איבר • כפל רב איבר ברב איבר • נוסחאות כפל מקוצר	• משוואות • בעיות אחוזים • גרפים מציאותיים • גיאומטריה אנליטית • סדרה חשבונית • סטטיסטיקה והסתברות

<u>**הנחיות כללים והמלצות להוראה למורה**</u>

חשוב:

1. ההסבר לתלמידים צריך להיות מהיר, כי הדרישה היא למידה בעזרת <u>מחשבון</u>.
2. על התלמיד לתרגל <u>במחשבון</u>, כל תרגיל שאנו פותרים באופן מלא על הלוח. עלינו לוודא שהתלמיד הגיע לתשובה הנכונה.

<u>בחלק השני של המדריך- אלגברה</u>

1. יש ללמד רק את החלקים הבסיסיים. אין צורך להכביד על התלמידים.
2. פרק זה נועד לחשוף את התלמידים לאלגברה, על מנת שנושא זה לא יהיה זר להם כאשר ילמדו פרקים יותר מתקדמים.

<u>כללים</u>

1. כאשר מחברים או מחסרים למספר כלשהו אפס
התוצאה שווה למספר עצמו.

$$4-0=4\,,\,2+0=2 \;\leftarrow\; x-0=x \;\;/\;\; x+0=x$$

2. כאשר כופלים ביטוי כלשהו באפס התוצאה היא אפס.

$$3\cdot 0=0 \;\leftarrow x\cdot 0=0$$

3. כאשר מחלקים אפס במספר (השונה מאפס) התוצאה שווה לאפס.

$$a\neq 0 \qquad \frac{0}{a}=0$$

$a =$ מספר כלשהו השונה מאפס (לדוגמא 1, 5, 2-, 8)

4. אין לחלק באפס $\cancel{\frac{a}{0}}$.

שברים פשוטים

- לכתיבת השבר מספר צורות. הצורה המקובלת והמוכרת היא $\frac{\text{מונה}}{\text{מכנה}}$.

  צורות נוספות חשובות לכתיבה כמחשבונים השונים.

  (מכנה):(מונה) $\rightarrow$ (מכנה)÷(מונה) $\rightarrow$ (מכנה)/(מונה)

  דוגמא: $2\div 5 \Rightarrow 2/5 \Rightarrow 2:5 \Rightarrow \underline{2}|5 \Rightarrow \frac{2}{5}$

- מספר המכיל מספרים שלמים ושברים נקרא שבר מעורב.

  דוגמא: $2\frac{1}{3}, 3\frac{1}{4}$.

- כאשר המספר במונה גדול מהמכנה השבר נקרא שבר מדומה.

  דוגמא: $\frac{13}{2}, \frac{15}{4}$.

- ניתן לעבור ממספר מעורב לשבר מדומה.

  דוגמא: $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2} \quad , \quad 3\frac{1}{4} = \frac{4\cdot 3+1}{4} = \frac{13}{4}$

הרחבת שבר

ניתן לכפול את המונה והמכנה במספר משותף והתוצאה לא תשתנה (רק הצורה תשתנה).

דוגמא: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{16}{32} = \frac{50}{100}$

הסבר: $\frac{1^{\backslash\cdot 2}}{2^{\backslash\cdot 2}} = \frac{1\cdot 2}{2\cdot 2} = \frac{2}{4} \quad , \quad \frac{16}{32} = \frac{1\cdot 16}{2\cdot 16}$

צמצום שבר

ניתן לחלק את המונה והמכנה במספר משותף
והתוצאה לא תשתנה רק הצורה תשתנה.

דוגמא $\frac{8}{16}=\frac{4}{8}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}\ ,\ \frac{3}{9}=\frac{1}{3}\ ,\ \frac{7}{14}=\frac{1}{2}$

דוגמא $\frac{8^{\backslash:2}}{16^{\backslash:2}}=\frac{\frac{8}{2}}{\frac{16}{2}}=\frac{4}{8}\ ,\ \frac{3}{9}=\frac{\frac{3}{3}}{\frac{9}{3}}=\frac{1}{3}$

מספרים מכוונים

כל מספר על ציר המספרים – יש לציינו באמצעות המספר וסימנו.
סימן המספר יהיה משמאל למספר, לדוגמא $+2$ (פלוס שתיים),
$+0.5$ (פלוס חצי), -3 (מינוס שלוש).

הערה:
כאשר רשום מספר ללא שום סימן לידו המספר הוא חיובי.
לדוגמא: 2 הכוונה היא ל $+2$.

זכרו:
סימן של פעולה (חיבור או חיסור),והסימן משמאל לביטוי אז הסימן שייך לביטוי בתרגיל.
לדוגמה בתרגיל $7-3$
3 חיובי, 7 שלילי.

ערך מוחלט

מסומן על-ידי שני קווים משמאל ומימין למספר $|2|\,,|8|\,,|x|$.

תפקידו לתת את הביטוי ללא סימנים (להפוך כל ביטוי לחיובי).

הסבר:

ערך מוחלט זה בעצם מרחק המספר מהאפס על ציר המספרים. מכיוון שהוא מייצג את המרחק לא משנה אם נעים בכיוון השלילי או החיובי, ולכן כל מספר בערך מוחלט יהיה חיובי. לדוגמה : $|-a| = a \;,\; |3| = 3 \;,\; |-2| = 2$

מספר נגדי

הנגדי מספר שערכו המוחלט שווה לערך מוחלט של מספר אחר אך הפוך בסימנים.

לדוגמה: הנגדי ל- 3 הוא 3-. הנגדי ל- 5- הוא 5.

חוק החילוף בחיבור

הכלל: $a+b=b+a$

יש להקפיד שהביטויים שומרים על סימניהם (כל אחד עם המינוס או הפלוס שלו)

לדוגמה: $3+2=2+3$, $-4+5=+5-4$.

חיבור

חיבור של מספרים שווי סימן: $+3+4=+7$.

נחבר את הערכים המוחלטים וסימן התוצאה הוא הסימן המשותף.

$(-3)+(-5)=-8$

חיבור של מספרים שוני סימן: נחסר את הערכים המוחלטים. סימן התוצאה יהיה של הערך המוחלט הגדול ביניהם.

שברים עשרוניים

כאשר מתבוננים בשבר כמו 0.125 הספרה הראשונה אחרי הנקודה,

כלומר (1) מייצגת עשיריות (משמע בדוגמא $\frac{1}{10}$).

הספרה השנייה אחרי הנקודה (2) מייצגת מאיות (משמע בדוגמא $\frac{2}{100}$).

הספרה השלישית אחרי הנקודה (5) מייצגת אלפיות (משמע בדוגמא $\frac{3}{1000}$).

אך קל יותר ומהיר יותר להסתכל על הזנב של המספר. אם הזנב במקרה הנ"ל נמצא במיקום האלפיות משמע אנו דנים ב – 125 אלפיות, שהן $\frac{125}{1000}$.

וכך לדוגמא: $0.2=\frac{2}{10}$

$$0.035=\frac{35}{1000}$$

$$0.25=\frac{25}{100}$$

$$0.015=\frac{15}{1000}$$

אחוזים

משמעות המילה "אחוז" (%) היא "חלקי מאה" ולכן:

מאחוזים לשברים: את האחוז נחלק ב-100.

$$5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20} = 0.05 \quad , \quad 100\% = \frac{100}{100} = 1$$

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0.25 \quad , \quad 200\% = \frac{200}{100} = 2$$

$$150\% = \frac{150}{100} = 1.5$$

משברים לאחוזים: את השבר נכפול ב-100.

$$1.2 \cdot 100 = 120\% \quad , \quad 0.35 \cdot 100 = 35\%$$

$$2 \cdot 100 = 200\% \quad , \quad 1.014 \cdot 100 = 101.4\%$$

$$\frac{1}{4} \cdot 100 = 25\%$$

טיפ:

כשכופלים שבר עשרוני במאה, בשביל לחשב בפשטות,

מזיזים את הנקודה ימינה פעמיים(כמספר האפסים).

$$0.25 \cdot 100 = 025. = 25$$

את האפס לפני המספר ניתן להשמיט.

בחילוק הדבר פועל להיפך: $13:100 = 0.13$.

<u>תזכורת:</u>

מספר ללא סימן הוא חיובי. מספרים שליליים נהוג להקיף בסוגריים.

<u>חיסור מספרים מכוונים</u>

פעולת החיסור היא פעולת חיבור של הנגדי לו.

דוגמא:

$$(+5)-(+1)\to(+5)+(-1)=4$$
$$(+6)-(-5)\to(+6)+(+5)=11$$
$$(-7)-(-3)\to(-7)+(+3)=-4$$
$$(-2)-(-7)\to(-2)+(+7)=+5$$

<u>כפל מספרים</u>

<u>כללים:</u>

כפל של מספרים שווי סימן ⇐ סימן התוצאה חיובי.

$$\begin{cases}(+)\cdot(+)=+\\(-)\cdot(-)=+\end{cases}$$

כפל של מספרים שוני סימן ⇐ סימן התוצאה שלילי.

$$\begin{cases}(-)\cdot(+)=-\\(+)\cdot(-)=-\end{cases}$$

<u>חילוק מספרים</u>

כללים:

חילוק של מספרים שווי סימן ⇐ התוצאה חיובית.

$$\begin{cases} \frac{+}{+} = + \\ \frac{-}{-} = + \end{cases}$$

חילוק של מספרים שוני סימן ⇐ התוצאה שלילית.

$$\begin{cases} \frac{+}{-} = - \\ \frac{-}{+} = - \end{cases}$$

פעולות חשבון באמצעות המחשב

שורה אחת CASIO	שתי שורות <u>תרגיל</u> CASIO
$\boxed{5}\boxed{\pm}\boxed{+}\boxed{8}\boxed{\pm}\boxed{=}$	$(-5)+(-8)=$ $\boxed{(-)}\boxed{5}\boxed{+}\boxed{(-)}\boxed{8}\boxed{=}$
$\boxed{7}\boxed{+}\boxed{5}\boxed{\pm}\boxed{=}$	$7+(-5)$ $\boxed{7}\boxed{+}\boxed{(-)}\boxed{5}\boxed{=}$
$\boxed{7}\boxed{+}\boxed{3}\boxed{\times}\boxed{\pm}\boxed{5}\boxed{\pm}\boxed{8}\boxed{=}$	$7+3\cdot(-5)-8$ $\boxed{7}\boxed{+}\boxed{3}\boxed{x}\boxed{(-)}\boxed{5}\boxed{-}\boxed{8}\boxed{=}$

<u>פעולות חשבון בין שברים</u>

כפל שברים:

א. כופלים מונה במונה.

ב. כופלים מכנה במכנה.

ג. מצמצמים (אם אפשר).

דוגמאות:

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}=\frac{2\cdot5}{3\cdot4}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{9}=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}\cdot\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{4}{\cancel{8}}\cdot\underset{3}{\cancel{9}}}=\frac{1}{12}$$

הערה: תוך כדי הכפלה מותר לצמצם לפני ביצוע פעולת הכפל.

$$1\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{\cancel{3}^{1}\cdot\cancel{2}^{1}}{\cancel{2}_{1}\cdot\cancel{3}_{1}}=\frac{1}{1}=1$$

$$2\frac{1}{2}\cdot2\frac{2}{3}=\frac{5}{2}\cdot\frac{8}{3}=\frac{5\cdot\cancel{8}^{4}}{\cancel{2}_{1}\cdot3}=\frac{20}{3}$$

הערה: על-מנת לכפול שלם בשבר כופלים בשבר כופלים רק את המונה.

$$2\cdot\frac{3}{4}=\frac{2\cdot3}{4}=\frac{6}{4}$$

חילוק שברים:

א.   הופכים את השבר השני.

ב.   כופלים (על-פי נוהל כפל שברים).

דוגמאות:

$$\frac{1}{2}:\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{1}=\frac{1\cdot\cancel{4}^{2}}{\cancel{2}_{1}\cdot1_{1}}=\frac{2}{1}=2$$

$$1\frac{1}{2}:\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{1}=\frac{3\cdot\cancel{2}^{1}}{\cancel{2}_{1}\cdot1}=\frac{3}{1}=3$$

$$6:1\frac{1}{2}=6:\frac{3}{2}=\frac{6}{1}\cdot\frac{2}{3}=\frac{\cancel{6}^{2}\cdot2}{1\cdot\cancel{3}_{1}}=4$$

הערה: כדי לחלק שבר בשלם הופכים את השלם לשבר מדומה ואותו הדבר בחילוק שבר בשלם.

$$\frac{1}{4}:3=\frac{1}{4}:\frac{3}{1}=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$$

$$5:\frac{2}{7}=\frac{5}{1}:\frac{2}{7}=\frac{5}{1}\cdot\frac{7}{2}=\frac{35}{2}$$

פעולות חילוק בין שלמים ושברים ו/או בין שברים לשברים יכולות להופיע בווריאציות הבאות:

א. שלם לחלק לשבר.

ב. שבר לחלק לשלם.

ג. שבר לחלק לשבר.

א. שלם חלקי שבר:

$$\frac{8}{\frac{1}{2}}=\frac{\frac{8}{1}}{\frac{1}{2}}=\frac{8}{1}:\frac{1}{2}=\frac{8}{1}\cdot\frac{2}{1}=16$$

$$\frac{9}{\frac{1}{2}}=\frac{\frac{9}{1}}{\frac{1}{2}}=\frac{9}{1}:\frac{1}{2}=\frac{9}{1}\cdot\frac{2}{1}=18$$

$$\frac{6}{\frac{2}{5}}=\frac{\frac{6}{1}}{\frac{2}{5}}=\frac{6}{1}:\frac{2}{5}=\frac{6}{1}\cdot\frac{5}{2}=\frac{30}{2}=15$$

ב. שבר חלקי שלם:

$$\frac{\frac{1}{2}}{4}=\frac{1}{2}:\frac{4}{1}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$$

$$\frac{\frac{1}{8}}{3}=\frac{1}{8}:\frac{3}{1}=\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{24}$$

$$\frac{1\frac{1}{2}}{5}=\frac{3}{2}:\frac{5}{1}=\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{5}=\frac{3}{10}$$

$$\frac{2\frac{1}{4}}{9}=\frac{9}{4}:\frac{9}{1}=\frac{\overset{1}{\cancel{9}}}{4}\cdot\frac{1}{\underset{1}{\cancel{9}}}=\frac{1}{4}$$

ג. שבר חלקי שבר:

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{8}}=\frac{1}{2}:\frac{1}{8}=\frac{1}{\cancel{2}_{1}}\cdot\frac{\cancel{8}^{4}}{1}=4$$

$$\frac{\frac{5}{4}}{\frac{1}{8}}=\frac{5}{4}:\frac{1}{8}=\frac{5}{\cancel{4}_{1}}\cdot\frac{\cancel{8}^{2}}{1}=10$$

$$\frac{2\frac{1}{2}}{1\frac{1}{4}}=\frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{4}}=\frac{5}{2}:\frac{5}{4}=\frac{\cancel{5}}{2}\cdot\frac{4}{\cancel{5}}=\frac{4}{2}=2$$

$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{12}}=\frac{12\cdot 1}{4\cdot 3}$$

חיבור וחיסור שברים:

רק בחיבור / חיסור שברים יש לעבור למכנה משותף.

א. מרחיבים למכנה משותף.

ב. מחברים / מחסירים רק את המונה.

ג. מצמצמים (אם אפשר).

ד. אסור צמצום אלכסוני או צמצום כלשהו לפני שלב ב'.

דוגמאות:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2+1}{4}=\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{2}=\frac{2}{10}+\frac{5}{10}=\frac{2+5}{10}=\frac{7}{10}$$

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{8}=\frac{8}{24}-\frac{3}{24}=\frac{8-3}{24}=\frac{5}{24}$$

פעולות חשבון בשברים באמצעות המחשב

שורה אחת CASIO	שתי שורות CASIO	תרגיל
$\boxed{1}\boxed{a\,{}^{b}\!/_{c}}\boxed{2}\quad\boxed{1\lrcorner 2}$	$\boxed{1}\boxed{a\,{}^{b}\!/_{c}}\boxed{2}\quad\boxed{1\lrcorner 2}$	$\frac{1}{2}$
$\boxed{3}\boxed{a\,{}^{b}\!/_{c}}\boxed{5}\boxed{a\,{}^{b}\!/_{c}}\boxed{6}\quad\boxed{3\lrcorner 5\lrcorner 6}$	$\boxed{3}\boxed{a\,{}^{b}\!/_{c}}\boxed{5}\boxed{a\,{}^{b}\!/_{c}}\boxed{6}\quad\boxed{3\lrcorner 5\lrcorner 6}$	$3\frac{5}{6}$
$\boxed{3}\boxed{a\,{}^{b}\!/_{c}}\boxed{4}\boxed{\times}\boxed{5}\boxed{a\,{}^{b}\!/_{c}}\boxed{7}\boxed{=}$	$\boxed{3}\boxed{a\,{}^{b}\!/_{c}}\boxed{4}\boxed{\times}\boxed{5}\boxed{a\,{}^{b}\!/_{c}}\boxed{7}\boxed{=}$	$\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{7}$
$\boxed{2}\boxed{\lrcorner}\boxed{3}\boxed{\lrcorner}\boxed{4}\boxed{\div}\boxed{1}\boxed{\lrcorner}\boxed{5}\boxed{=}$	$\boxed{2}\boxed{\lrcorner}\boxed{3}\boxed{\lrcorner}\boxed{4}\boxed{\div}\boxed{1}\boxed{\lrcorner}\boxed{5}\boxed{=}$	$2\frac{3}{4}:\frac{1}{5}$
$\boxed{2}\boxed{{}^{+}\!/_{-}}\boxed{\lrcorner}\boxed{7}\boxed{\times}\boxed{8}\boxed{\lrcorner}\boxed{11}$	$\boxed{(-)}\boxed{2}\boxed{\lrcorner}\boxed{7}\boxed{\times}\boxed{8}\boxed{\lrcorner}\boxed{11}\boxed{=}$	$\frac{-2}{7}\cdot\frac{8}{11}$

כאשר לוחצים $\boxed{a\,{}^{b}\!/_{c}}$ על הצג רואים $\boxed{\lrcorner}$

<u>**חזקות ושורשים**</u>

כאשר אומרים "שתיים בחזקת שלוש" הכוונה היא ל- $2^3 = 2\cdot 2\cdot 2 = 8$

כאשר אומרים "שלוש בחזקת שתיים" או "שלוש בריבוע"

הכוונה היא ל- $3^2 = 3\cdot 3 = 9$

"אחד בחזקת חמש", הכוונה היא ל- $1^5 = 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1 = 1$

"חמש בחזקת אחד" הכוונה ל- $5^1 = 5$

(הספרה הגדולה מכונה בסיס, והקטנה מעליה – מעריך).

מעריך חזקה

$$a^n$$

בסיס חזקה

לפני כל דיון יש לשנן את שתי הטבלאות הבאות החוסכות זמן שהוא מצרך יקר ערך ולדעת אותן בעל-פה.

המספר	2	3	4	5	6
2	4	8	16	32	64
3	9	27	81	243	//////
4	16	64	256	//////	//////
5	25	125	625	//////	//////
6	36	216	//////	//////	//////
7	49	343	//////	////	/////

טבלה זו יש לקרוא באופן דו סיטרי. לדוגמא: המספר 5 בחזקת 3 שווה ל- 125, ומאידך שורש שלישי של 125 $\left(\sqrt[3]{125}\right)$ שווה ל-5.

דוגמא נוספת: 2 בחזקת 5 שווה ל-32, ומאידך שורש חמישי של 32 $\left(\sqrt[5]{32}\right)$ שווה ל-2.

כמו כן יש לשנן ולדעת בעל-פה את החזקות השניות הבאות:

$7^2 = 49$	$15^2 = 225$
$8^2 = 64$	$16^2 = 256$
$9^2 = 81$	$17^2 = 289$
$10^2 = 100$	$18^2 = 324$
$11^2 = 121$	$19^2 = 361$
$12^2 = 144$	$20^2 = 400$
$13^2 = 169$	$25^2 = 625$
$14^2 = 196$	

גם רשימה זו יש לקרוא בצורה דו - סטרית, משמע: $\sqrt{121} = 11$; $\sqrt{196} = 14$.

כללי החזקות והשורשים

דוגמא	הכלל
$2^5 = \overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2}^{\text{5 פעמים}} = 32$	$a^n = \overbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\ldots}^{\text{n פעמים}}$
$2^2\cdot2^3 = 2^{(2+3)} = 2^5 = 32$	$a^n\cdot a^m = a^{(n+m)}$
$\frac{2^{17}}{2^{13}} = 2^{(17-13)} = 2^4 = 16$	$\frac{a^n}{a^m} = a^{(n-m)}$
$\left(2^3\right)^2 = 2^{(3\cdot2)} = 2^6 = 64$	$\left(a^n\right)^m = a^{n\cdot m}$
$17^1 = 17\ ;\ 3^1 = 3$	$a^1 = a$
$4^0 = 7^0 = (-4)^0 = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$	$a^0 = 1$
$2^{-1} = \frac{1}{2}\ ;\ \frac{5^{-1}}{\frac{1}{5}}\ ;\ 3^{-1} = \frac{1}{3}$	$a^{-1} = \frac{1}{a^1}$
$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
$(2\cdot B)^3 = 2^3\cdot B^3 = 8B^3$	$(a\cdot b)^n = a^n\cdot b^n$

ועוד כדאי מאוד לזכור

א. כאשר כתוב $(-2)^2$ משמעו $(-2)\cdot(-2)=4$,

אך כאשר כתוב -2^2 מבצעים קודם את החזקה, והמינוס ממתין

לתורו. דהיינו $-2^2=-2\cdot 2=(-4)$.

ב. כל מספר בחזקה זוגית יהפוך לחיובי.

לדוגמא:

$$\left.\begin{aligned}(-3)^2 &= +9\\(-5)^4 &= +625\end{aligned}\right\}$$

ג. כל מספר בחזקה אי-זוגית שומר על סימנו.

לדוגמא:

$$(-3)^3=-27$$
$$(-2)^3=-8$$
$$4^3=64$$

ד. כאשר אין סימן לפני השורש, הכוונה רק לתוצאה חיובי. לדוגמא:

$$\left.\begin{aligned}\sqrt{16} &= 4\\\sqrt{25} &= 5\end{aligned}\right\}$$

ה. הוצאת שורש ממספר שלילי, אפשרית רק לשורשים אי-זוגיים.

$$\sqrt[3]{-8}=(-2) \qquad \sqrt[3]{-125}=(-5)$$

ו. שורש זוגי ממספר שלילי לא קיים

$\sqrt[4]{-9}=\varnothing$ אין פתרון

ז. אם על מספר או ביטוי מופעלות בו-זמנית גם חזקה וגם שורש בעלי אותו מעריך, החזקה והשורש מבטלים זה את זה והמספר/ביטוי נותר בעינו.

$$\sqrt{7^2}=7\ ;\left(\sqrt{x}\right)^2=x\ \left(\sqrt[3]{x}\right)^3=x\ ;\ \sqrt[5]{p^5}=p$$

ח. יש לזכור כי חוקי החזקות והשורשים אינם נקראים רק משמאל לימין, אלא גם מימין לשמאל ובזאת נסתייע בתרגילים הנראים במבט ראשון כבלתי פתירים.

לדוגמא:

$$\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{50}{2}}=\sqrt{25}=5$$

$$\sqrt{12}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{12\cdot 3}=\sqrt{36}=6$$

הכלל	דוגמא
$(a+b)^n =$ זהירות! זה לא a^n+b^n	
$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$	$3^{-2}=\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9}\ ;\ 5^{-3}=\frac{1}{5^3}=\frac{1}{125}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}=\frac{b}{a}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}=\frac{3}{2}\ ;\ \left(\frac{4}{5}\right)^{-1}=\frac{5}{4}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^{n}=\frac{b^n}{a^n}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}=\left(\frac{3}{2}\right)^{2}=\frac{3^2}{2^2}=\frac{9}{4}$
$a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$	$9^{\frac{1}{2}}=\sqrt{9}\ ;\ 27^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{27}\ ;\ 32^{\frac{1}{5}}=\sqrt[5]{32}$
$a^{\frac{m}{n}}=\left(\sqrt[n]{a}\right)^m=\sqrt[n]{\left(a^m\right)}$	$27^{\frac{4}{3}}=\left(\sqrt[3]{27}\right)^4=3^4=81$ $81^{\frac{3}{4}}=\left(\sqrt[4]{81}\right)^3=3^3=27$
$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$	$\sqrt{12}=\sqrt{4\cdot 3}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{3}=2\sqrt{3}$
$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4}}=\frac{2}{3}$
$\sqrt{a+b}=$ זהירות! אין כלל כזה!	

<u>שימוש במחשבון</u>

פעולת השורש:

פעולת השורש היא פעולה הפוכה להעלאת חזקה.

דוגמא:

$\sqrt{25}=5$ שורש של 25 הוא 5 כי $5^2=25$

$\sqrt[3]{8}=2$ שורש שלישי של 8 הוא 2 כי $2^3=8$

תרגול:

1.	$\sqrt{196}=14$	10.	$\sqrt[4]{625}=5$
2.	$\sqrt{169}=13$	11.	$\sqrt[4]{256}=4$
3.	$\sqrt{625}=25$	12.	$\sqrt[4]{81}=3$
4.	$-\sqrt{144}=-12$	13.	$\sqrt[4]{16}=2$
5.	$\sqrt{121}=11$	14.	$\sqrt[5]{-32}=-2$
6.	$\sqrt{64}=8$	15.	$\sqrt[2]{343}=18.52$
7.	$\sqrt{49}=7$	16.	$\sqrt[3]{216}=6$
8.	$\sqrt[3]{-27}=-3$	17.	$\sqrt[3]{125}=5$
9.	$\sqrt[3]{8}=2$	18.	$\sqrt[3]{-64}=-4$

יסודות החישוב במספרים אלגבריים

א. חד-איבר: הוא מספר אחד, מכפלה או מנה של מספר גורמים.

דוגמאות: a, $\frac{a}{m}$, 5 , $\frac{5x^3}{m}$.

חד-איבר מורכב ממקדם ומגודל ראשי.

איברים דומים: הם איברים בעלי גודל ראשי זהה.

ב. רב-איבר: חיבור או חיסור של מספר חד-איברים. נהוג לסדרו לפי חזקות יורדות: $2x^2+5x+2$.

ג. כינוס איברים דומים : אם האיברים דומים ניתן לחבר את מקדמיהם (פעולת חיבור פשוטה) הגודל הראשי נשאר ללא שינוי. $5a+2a=7a$.

שים לב: $2x^3$, $3x^2$, $3x$ האיברים אינם דומים.

אסור לגעת בחזקות בכינוס איברים.

דוגמאות:

$3m+2m=5m$. $3m$ ו- $2m$ דומים לכן חיברנו את מקדמים.

$3x^2-2x^2+x=x^2+x$. $3x^2$ ו- $-2x^2$ דומים, x לא דומה להם.

$4x^2y-5yx^2=-x^2y$. $4x^2y$ ו- $5yx^2$ דומים (הסדר בכפל אינו משנה).

שים לב: כדאי לסמן איברים דומים זה לזה. כשיש הרבה איברים הדבר עוזר בכינוס שלהם (למנוע בילבול): $\underline{3x^3}-\underline{\underline{2x^2}}+\underline{\underline{\underline{x}}}-\underline{2x^3}+\underline{\underline{\underline{4x}}}=x^3-2x^2+5x$

ד. כפל חד-איבר בחד-איבר: כופלים את המספרים לפי כללי מספרים מכוונים,

את האותיות לפי כללי חזקות. דוגמאות: $2a^3b\cdot 3bc=6a^3b^2c$

$$3x\cdot 5y=3\cdot 5\cdot x\cdot y=15xy$$

$$4x\cdot 7x=4\cdot 7\cdot x^1\cdot x^1=28x^2$$

$$3x^2\cdot 4x^3\cdot(-x)=3\cdot 4\cdot(-1)\cdot x^2\cdot x^3\cdot x=-12x^6$$

שים לב: בגורמים בעלי בסיס זהה ניתן להכפיל מקדמים ולחבר חזקות

ה. חילוק חד-איבר בחד-איבר: מחלקים את כל אחד מאיברי הרב-איבר בחד-איבר. דוגמאות:

$$\frac{\cancel{a}x}{\cancel{a}}=x \quad , \quad \frac{2b^2x^3}{4bx}=\frac{2b^2x^3}{4b^1x^1}=\frac{1}{2}bx^2$$

שים לב: לגורמים בעלי בסיס זהה ניתן לחלק מקדמים ולחסר חזקות

ו. כפל חד-איבר ברב איבר(פתיחת סוגריים):

מכפילים את חד-האיבר בכל אחד מאיברי רב-האיבר.

$a(b+c)$ a, b ו- c הם חד-איברים

$ab+ac$. כפל של כל אחד מאיברי הרב-איבר מקבלים איברים שהם מכפלה של חד-איבר בחד-איבר.

דוגמאות:

$$2(x+2)=2x+4$$

$$x(x+3)=x^2+3x$$

$$2x(x^2-5)=2x\cdot x^2-2x\cdot 5=2x^3-10x$$

ז. כפל רב-איבר ברב-איבר:

דוגמאות:

$$(a+b)(x+y)=ax+ay+bx+by$$

$$(2-x)(x+5)=\underline{2x}+10-x^2-\underline{5x}=-x^2-3x+10$$

ח. נוסחאות הכפל המקוצר:

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$
$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

דוגמאות:

$$(x+2)(x-2)=x^2-2^2\Rightarrow x^2-4$$
$$(x+2)^2=x^2+2(x)(2)+2^2\Rightarrow x^2+4x+4$$
$$(x-2)^2=x^2-2(x)(2)+2^2\Rightarrow x^2-4x+4$$

הערה: לא חייב ללמד פתיחת סוגריים לפי נוסחאות הכפל, יש להסביר את משמעות הביטוי $(a\mp b)^2$ כך שניתן לרשום בצורה שונה $(a\mp b)(a\mp b)$ ולפתוח סוגריים בצורה הרגילה.

למדו בהנאה!