



## חוברת הדרכה דיגיטלית במתמטיקה למסלול 12 שנ"ל

שנת תשפ"א – 2020-2021

### בנושא גרפים - למורה

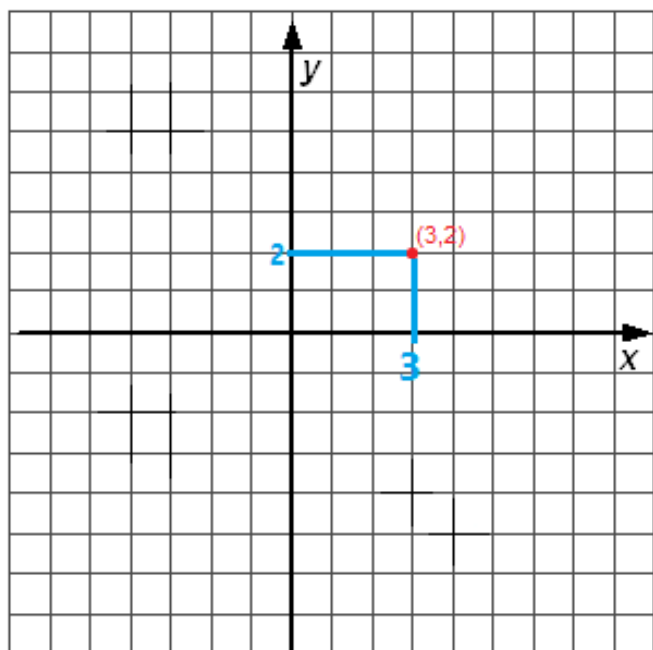
### יצירה: אידן שחם

#### תוכן עניינים:

1. חילוף מידע בסיסי מגרף אחד.....2
2. חילוף מידע יחסי.....7
3. ישר קבוע בגרף.....9
4. קצב הגרף.....12
5. מקרי קיצון בגרף.....21
6. חישוב טווח בגרף.....25
7. מבחן ביניים.....30
8. שני גרפים – התאמת הגרפים לנתונים.....35
9. השוואה בין 2 גרפים.....39
10. נקודת מפגש בין 2 גרפים.....43
11. מבחן מסכם.....45

## 1. חילוץ מידע בסיסי מגרף אחד

לפני שנתחיל לדבר על הגרף והסקת המידע ממנו, נסתכל על מערכת צירים המוכרת לנו מגאומטריה אנליטית.



הנקודה המסומנת **באדום** היא  $(3,2)$ .

שיעור ה-  $x$  שווה 3

שיעור ה-  $y$  שווה 2

**מיקום הנקודה** מספר לנו מהם שיעורי ה-  $x$  שלה,

ומהם שיעורי ה-  $y$  שלה.

לכל נקודה שיעורי  $x, y$  שונים.

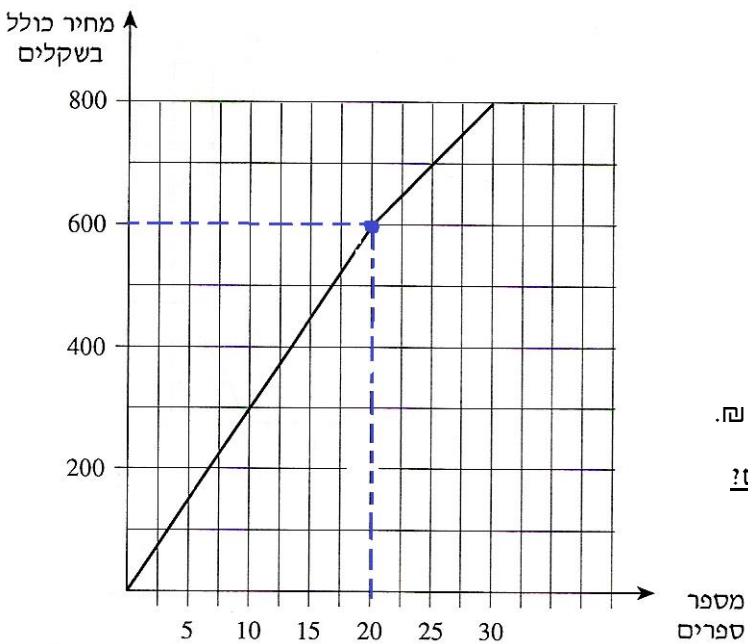
**בדיוק באותו אופן נסתכל על גרף.**

**כל נקודה תגייד לנו מהם שיעורי ה-  $x$ , ומהם שיעורי ה-  $y$ .**

**במערכת הצירים כל נקודה תגייד אך ורק מהם שיעוריה,**

**בעוד שבקריאת הגרף – כל פעם המידע בצירים  $x, y$  משתנה.**

בשני העמודים הבאים מוצגות דוגמאות המבהירות את האמור.



### דוגמא 1:

הסתכלו על הנקודה **הכחולה** בגרף שמשמאל.

ניתן לראות ששיעוריה הם:  $(20, 600)$ .

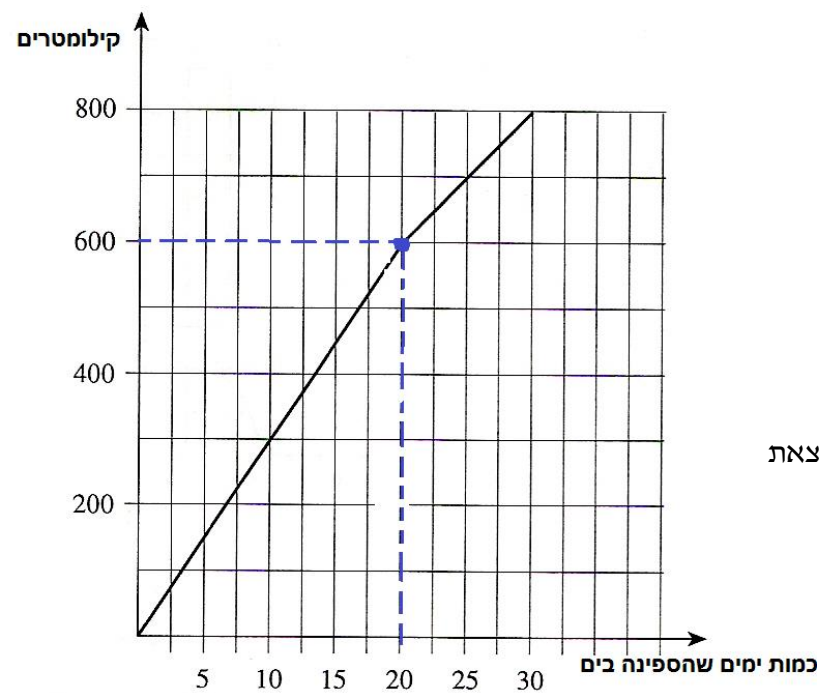
מספר הספרים = 20.

מחיר הספרים = 600 ₪.

הנקודה **הכחולה** מעידה על כך ש – 20 ספרים עולים 600 ₪.

האם יכולנו לכתוב מידע אחר מלבד כמות ספרים ומחירים?

כמובן שכן. כל גרף יספר לנו מידע אחר.



### דוגמא 2:

הסתכלו על הנקודה **הכחולה** בגרף שמשמאל.

ניתן לראות ששיעוריה הם:  $(20, 600)$ .

הפעם, בניגוד לדוגמא הקודמת -

במות הימים שהספינה בים = 20.

קילומטרים = 600

הנקודה **הכחולה** מעידה על כך שכאשר הספינה נמצאת

20 ימים בים – היא עושה 600 ק"מ.

### דוגמא 3:

הסתכלו על הנקודה **הכחולה** בגרף שמשמאל.

ניתן לראות ששיעוריה הם:  $(20, 600)$ .

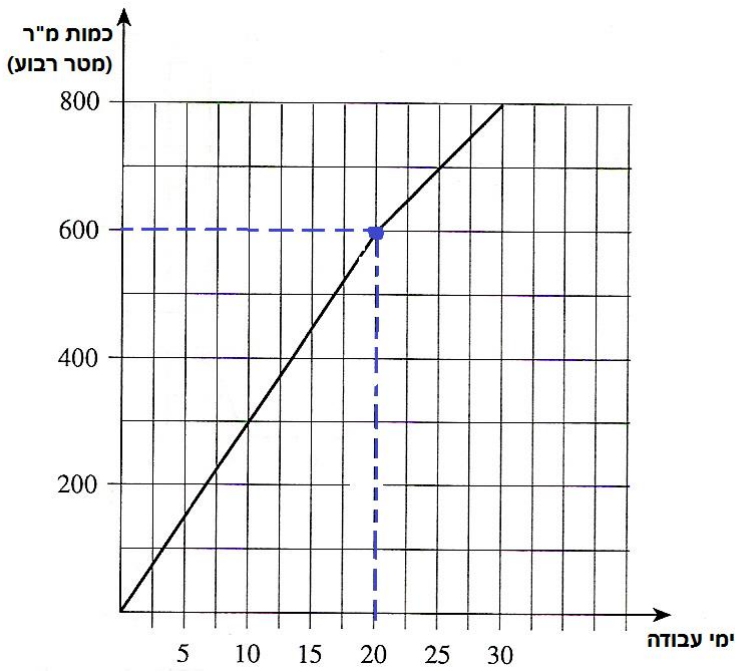
הפעם, בניגוד לדוגמאות 1, 2 -

ימי עבודה = 20.

כמות מטר רבוע = 600

הנקודה **הכחולה** מעידה על כך שעבור 20 ימי עבודה,

ההספק הוא ריצוף של 600 מטר רבוע.



### דוגמא 4:

הסתכלו על הנקודה **הכחולה** בגרף שמשמאל.

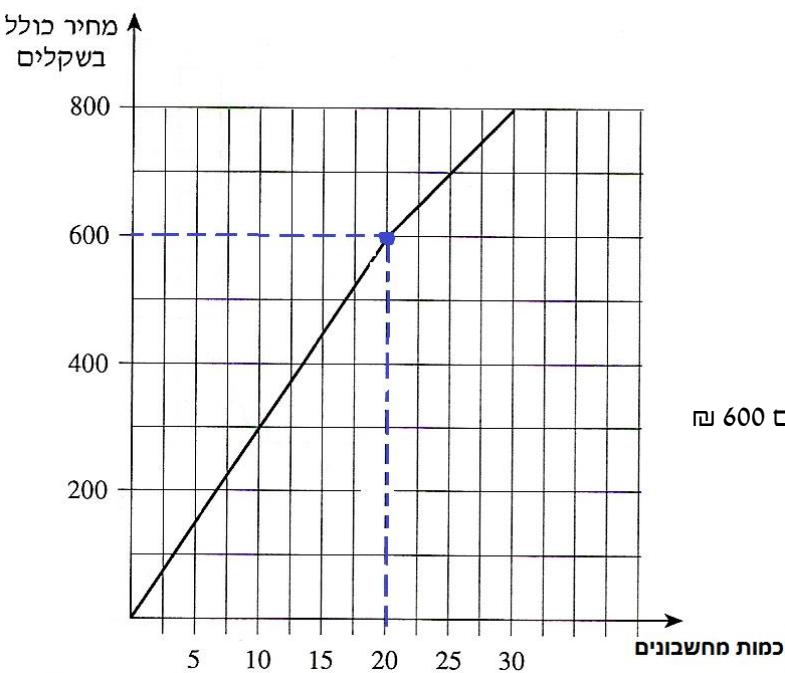
ניתן לראות ששיעוריה הם:  $(20, 600)$ .

הפעם, בניגוד לדוגמאות הקודמות,

ימי עבודה = 20.

כמות מחשבוניים = 600

הנקודה **הכחולה** מעידה על כך ש- 20 מחשבוניים עולים 600 ₪



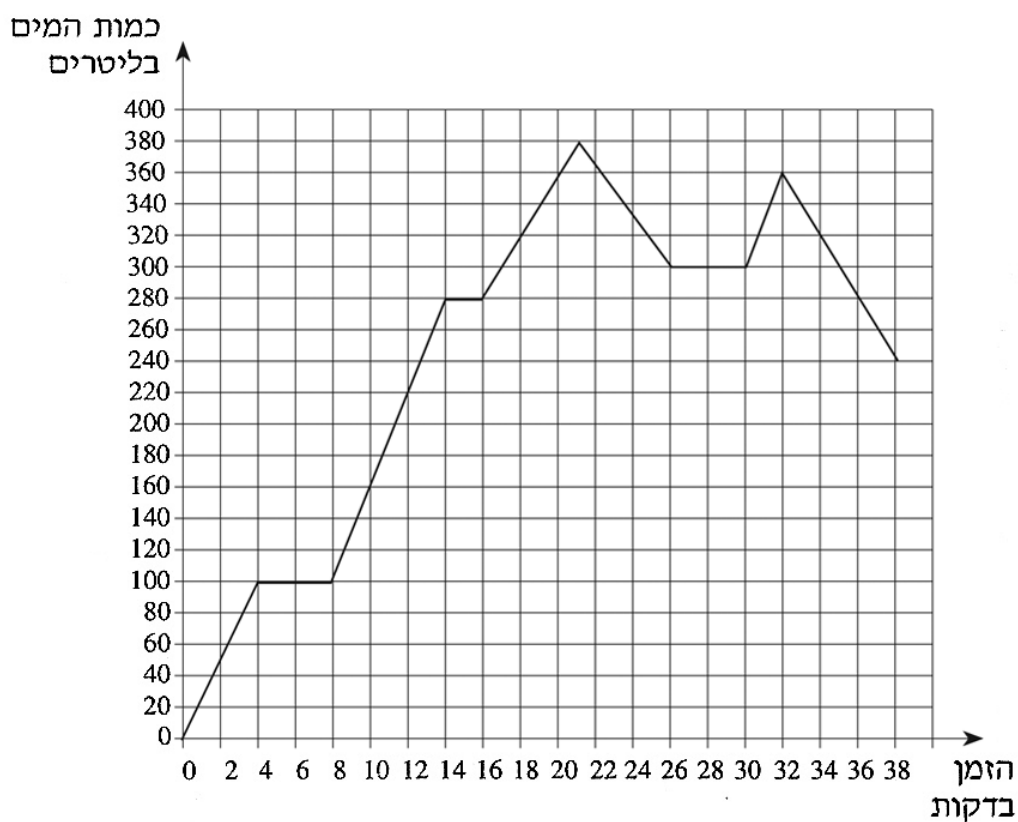
### מסקנה מהדוגמאות:

לנקודה **הכחולה** יש את אותם שיעורים, אך כל פעם תספר לנו סיפור אחר עם מידע אחר.

בכל תרגיל של קריאת גרפים נקבל מידע שונה, ונצטרך להסיק בהתאם.

### סרטון הסבר

1. הגרף שלפניכם מתאר את כמות המים במכל לפי הזמן שחלף מתחילת זרימת המים.



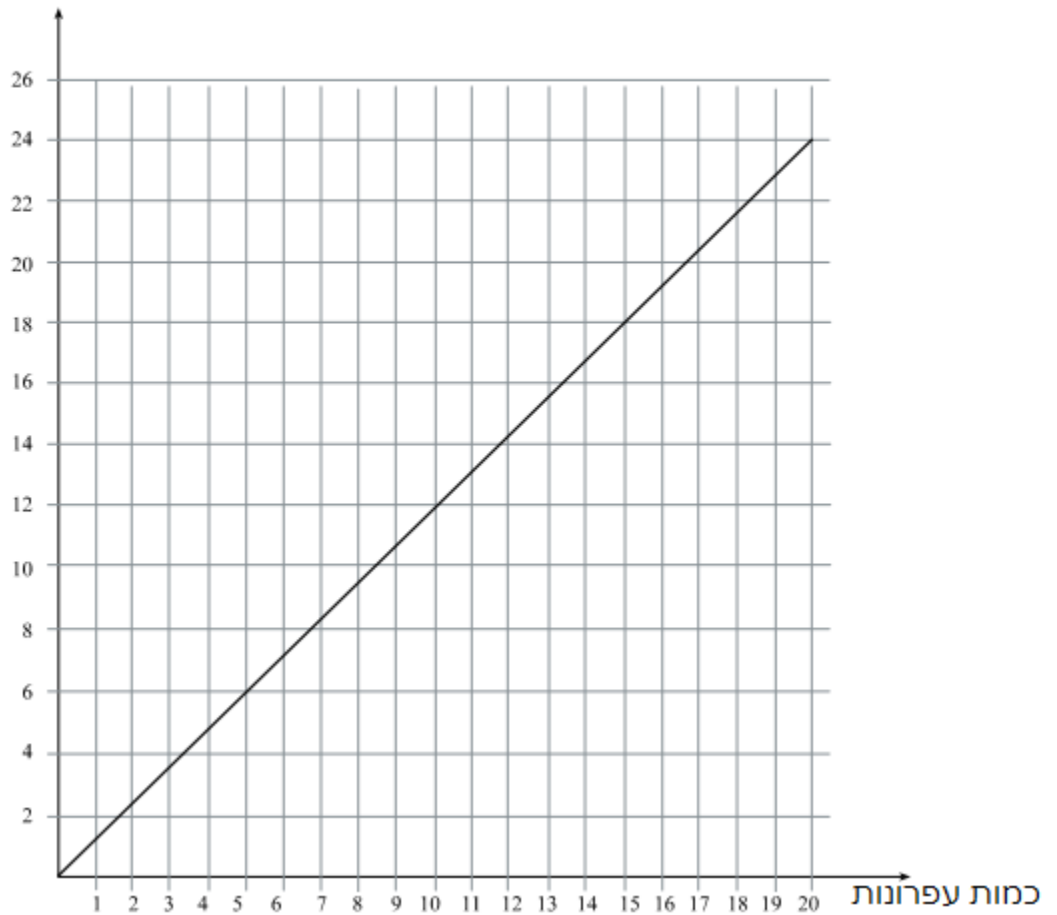
עיין בגרף וענה על הסעיפים הבאים:

- א. כמה מים היו במכל כעבור 12 דקות מתחילת זרימת המים?
- ב. באילו זמנים היו במכל בדיוק 360 ליטר מים?
- ג. מה הייתה הכמות הגדולה ביותר במכל?

2. לפניכם גרף המתאר את המחיר לעיפרון ביחס לכמות העפרונות הנרכשת. עיין בגרף וענה על הסעיפים:

- א. אם קניתי 5 עפרונות, כמה שילמתי?
- ב. לקוח התעניין ברכישת 18 עפרונות. כמה שילם?
- ג. אם לקוח שילם 20 ₪, כמה עפרונות רכש?

מחיר בשקלים



**פתרונות:**

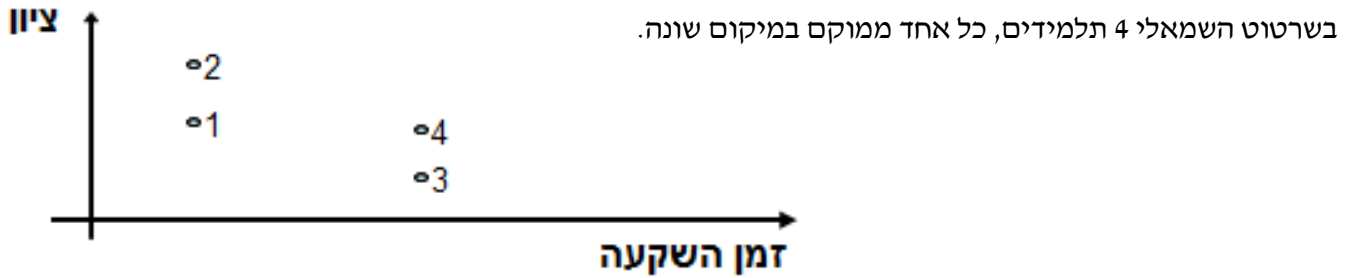
1. א. 220 ליטר ב. 20 דקות, 22 דקות ג. 380 ליטר

2. א. 6 ₪ ב. 20 ₪ ג. 17 עפרונות

## 2. חילוץ מידע יחסי

לעיתים ניתקל במקרים בהם אין נקודות ייחוס כפי שהיו בעמודים הקודמים.  
נידרש לנתח מידע רק לפי שני הצירים.

נסתכל על הדוגמא הבאה:



ניתן לראות כמה דברים:

1. תלמיד מספר 2 קיבל ציון גבוה יותר מתלמיד מספר 1
2. תלמידים 3 ו-4 השקיעו יותר מתלמידים 1 ו-2.
3. תלמידים 1 ו-4 קיבלו את אותו הציון (למרות שתלמיד מספר 4 השקיע יותר).
- 4.

משימה: השלימו עוד מידע שניתן להוציא מהשרטוט בסעיף 4.

הרעיון הוא להסיק מסקנות בלי גרף ספציפי, אלא באופן יחסי לתלמידים אחרים.

### תרגול:

3. הגרף הבא מתאר את נתוני שעות ההכנה ואת הציונים של שישה תלמידים במבחן במתמטיקה.



- מי למד יותר, תלמיד ג' או תלמיד ב'?
- מי קיבל ציון גבוה יותר, תלמיד א' או תלמיד ה'?
- מי מהתלמידים קיבל ציון מאוד נמוך למרות שלמד הרבה?

### פתרונות:

- תלמיד ג'
- תלמיד א'
- תלמיד ו'

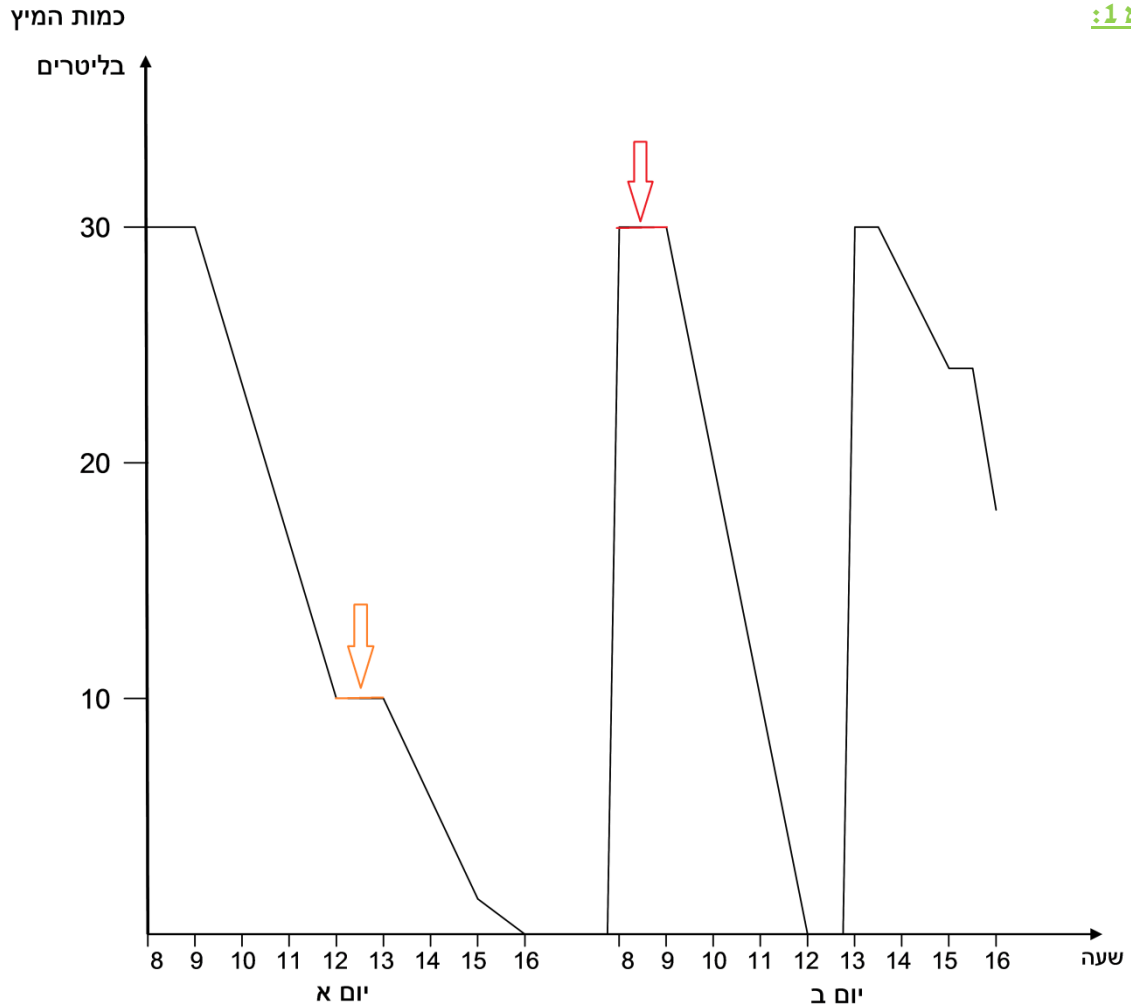


### 3. ישר קבוע בגרף

בעמוד 5 ניתן לשים לב שבחלק מהגרף קיים ישר שאינו עולה ולא יורד – הישר הקבוע.

המשמעות היא שיש עלייה בציר ה-  $x$  בלבד.

דוגמא 1:



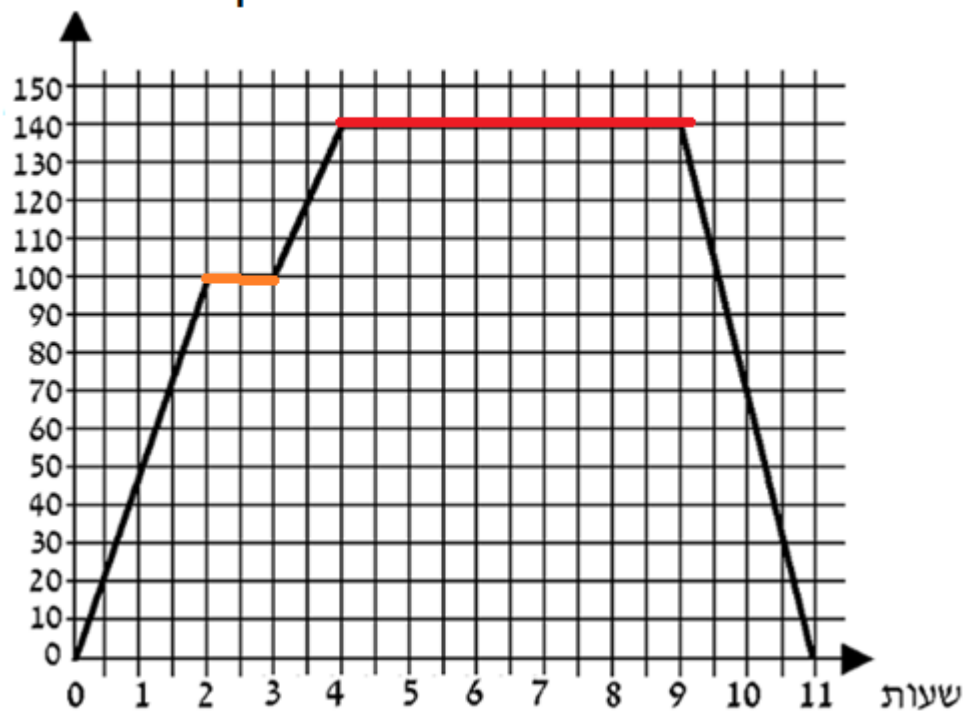
ניתן לראות ששני הישרים, האדום והכתום – הם קבועים.

מסקנה:

למרות שהזמן עובר (עלייה בציר ה-  $x$ ), כמות המיץ נשארת אותו דבר.

המשמעות היא שבשעות אלו אף אחד לא שתה מהמיץ.

קילומטרים שהרכב עבר



ניתן לראות ששני הישרים, האדום והכתום – הם קבועים.

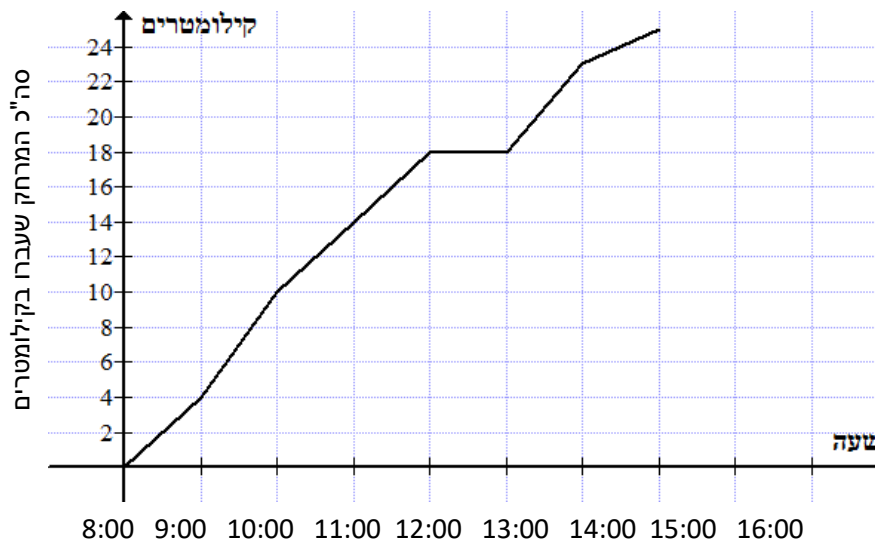
מסקנה:

למרות שהזמן עובר (עלייה בציר ה- $x$ ), אין התקדמות מצד הרכב (אינו עובר עוד קילומטרים).

המשמעות היא שבשעות אלו הרכב לא נוסע.

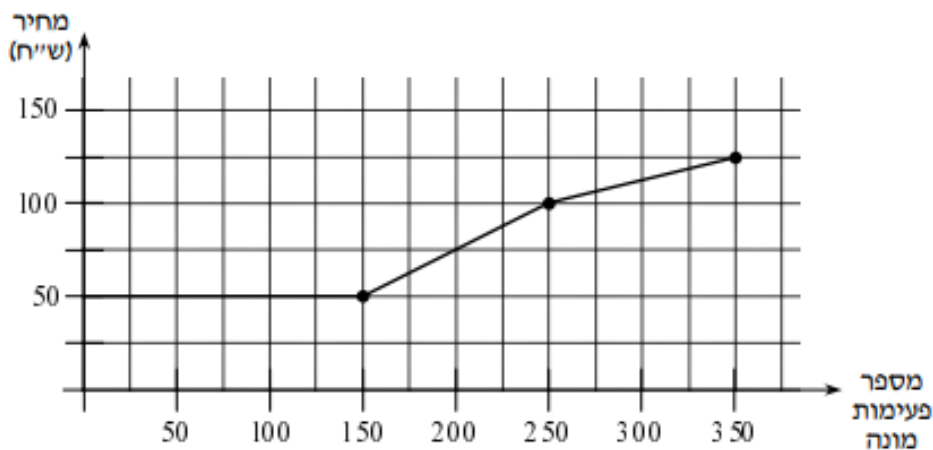
**תרגול:**

1. קבוצת תלמידים יצאה למסע רגלי בשעה 8:00. הגרף המשורטט מתאר את המרחק שהלכו במהלך היום.



בין אילו שעות עשו התלמידים הפסקה בהליכה? \_\_\_\_\_

2. הגרף שלפניכם מתאר את המחיר עבור שיחות טלפון לפי מספר פעימות מונה בחודש אחד.



עד כמה פעימות מונה ניתן לשלם רק 50 ש"ח? \_\_\_\_\_

**פתרונות:**

1. 12:00-13:00  
2. עד 150 פעימות מונה

#### 4. קצב הגרף

לפעמים ניתקל בגרפים שלפניו משנים את השיפוע שלהם וכתוצאה מכך "קצב הגרף" משתנה.

ראשית, מהו שיפוע?

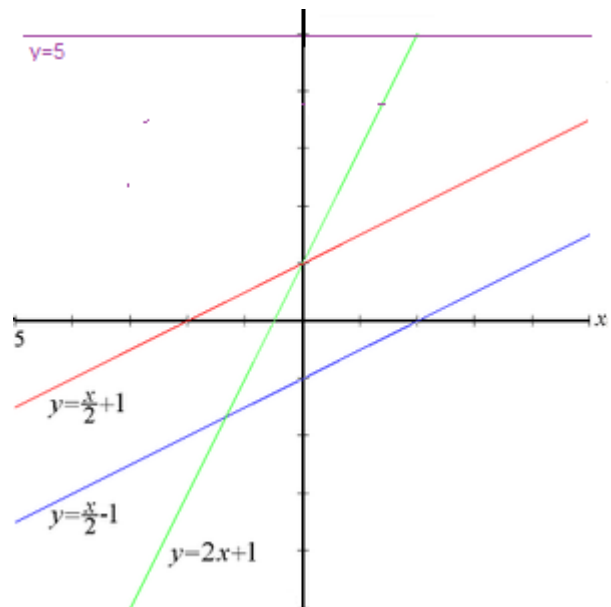
חשוב לדעת כי לכל ישר יש שיפוע.

השיפוע מתאר את עוצמת התלילות של הישר.

אם למשל אתם מטפסים על הר, ככל שהשיפוע גדול יותר – יהיה לכם יותר קשה לטפס עליו.

שיפוע יכול להיות שלילי, חיובי או 0.

למשל:



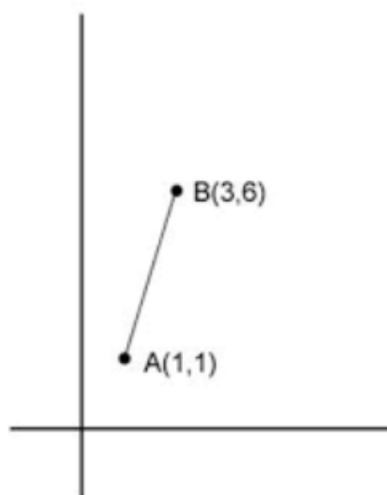
מאחר ומסתכלים על מערכת צירים משמאל לימין, ניתן לראות כי:

- שיפוע הישר **האדום** זהה לשיפוע הישר **הכחול** – ניתן לראות שיש להם אותו "קצב"
- הישר **הירוק** עולה בקצב מהיר יותר משאר הגרפים – ולכן השיפוע שלו הוא הגדול ביותר
- הישר **הסגול** הוא קבוע (לא עולה ולא יורד) ולכן שיפועו 0

איך מחשבים שיפוע? לפי 2 נקודות:

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \quad \text{שיפוע } m \text{ של ישר העובר דרך הנקודות } (x_1, y_1), (x_2, y_2) \text{ הוא:}$$

למשל:



נחשב את השיפוע כך:

$$m = \frac{6 - 1}{3 - 1} = \frac{5}{2} = 2.5$$

יכולנו גם לחשב את השיפוע כך:

$$m = \frac{1 - 6}{3 - 1} = \frac{-5}{-2} = 2.5$$

באופן כללי, הנוסחה שתשמש אותנו היא:

שינוי בציר y  
שינוי בציר x

### דוגמא 1 (ללא חישוב שיפוע):

בגרף השמאלי ניתן לראות ישר **ורוד** וישר **ירוק**.

לכל אחד מהם – קצב שונה!

מהי בדיוק הכוונה?

הסתכלו על הנקודה **ה-ורודה** בגרף.

ניתן לראות ששיעוריה הם:  $(10, 300)$ .

מספר הספרים = 10.

מחיר הספרים = 300 ₪.

הנקודה **ה-ורודה** מעידה על כך ש –

10 ספרים עולים 300 ₪.

מסקנה: ספר אחד יעלה 30 ₪

כעת, הסתכלו על הנקודה **ה-ירוקה** בגרף.

ניתן לראות ששיעוריה הם:  $(25, 700)$ .

מספר הספרים = 25.

מחיר הספרים = 700 ₪.

הנקודה **ה-ירוקה** מעידה על כך ש –

25 ספרים עולים 700 ₪.

מסקנה: ספר אחד יעלה 28 ₪.

### מסקנות סופית:

גילינו שמחיר לספר בודד על הישר ה-**ורוד** יקר יותר מאשר על הישר ה-**ירוק**.

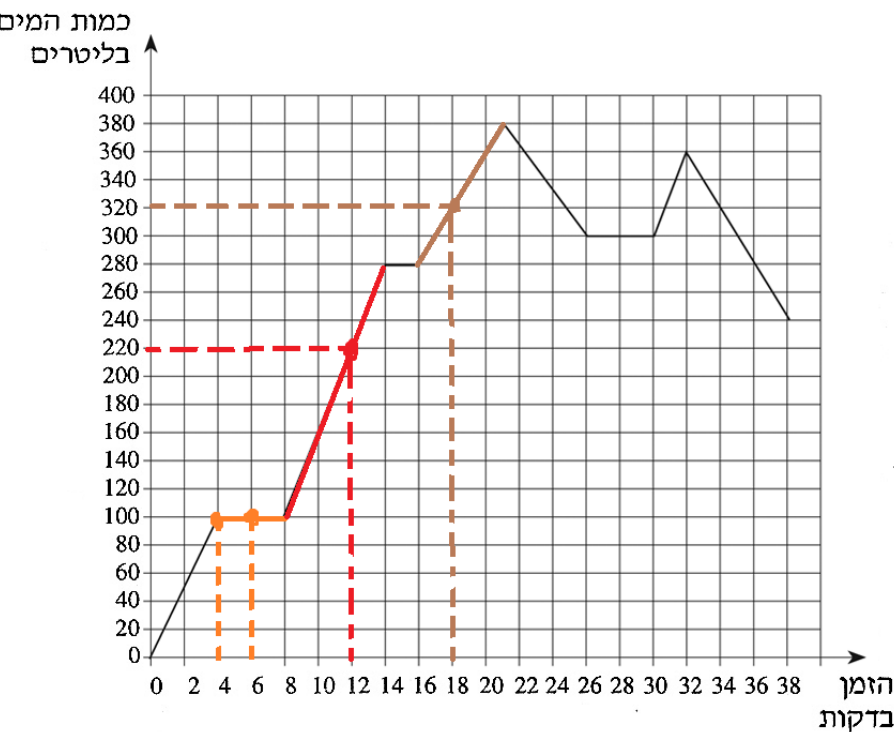
ניתן לראות גם שהשיפוע של הישר ה-**ורוד** גדול יותר מהשיפוע של הישר ה-**ירוק**

## דוגמא 2 (ללא חישוב שיפוע):

בגרף השמאלי ניתן לראות ישר חום, כתום ו-אדום.

לכל אחד מהם קצב שונה!

מהי בדיוק הכוונה?



הסתכלו על הנקודות **הכתומות** בגרף.

ניתן לראות ששיעוריהם:  $(4,100)$ ,  $(6,100)$ .

הזמן = 4 דקות ו - 6 דקות

כמות המים = 100 ליטרים

הנקודה **הכתומה** מעידות על כך ש-

למרות שהזמן עובר, אין שינוי בכמות המים.

שיפוע הישר הכתום הוא 0

כעת, הסתכלו על הנקודה **האדומה** בגרף.

ניתן לראות ששיעוריה הם:  $(12,220)$ .

הזמן = 12 דקות

כמות המים = 220 ליטר

הנקודה **האדומה** מעידה על כך שבדקה ה - 12 כמות המים היא 220 ליטר,

ויש עליה בכמות המים לאורך כל הישר **האדום** - באותו קצב.

כעת, הסתכלו על הנקודה **החומה** בגרף.

ניתן לראות ששיעוריה הם:  $(18,320)$ .

הזמן = 18 דקות

כמות המים = 320 ליטר

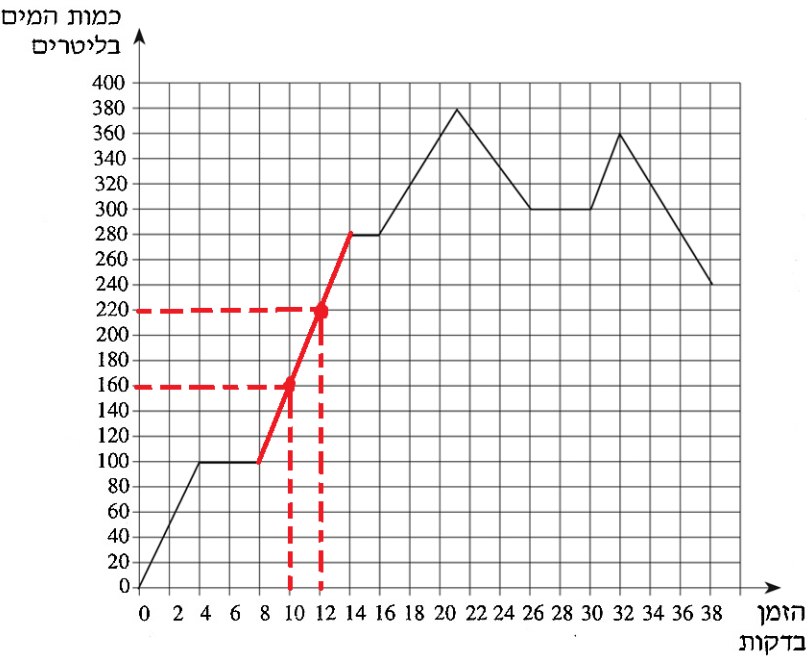
הנקודה **החומה** מעידה על כך שבדקה ה - 18 כמות המים היא 320 ליטר,

ויש עליה בכמות המים לאורך כל הישר **החום** - באותו קצב.

מסקנה סופית: לכל ישר שיפוע משלו, וקצב משלו.

איך נחשב את הקצב (השיפוע) של כל ישר:

נסתכל על דוגמא 2 :



ניקח את הישר **האדום**.

נבחר בישר **האדום** 2 נקודות השונות אחת מהשנייה.

**נקודה 1:** (10,160)

כמות המים הייתה 160 ליטר בדקה ה-10

**נקודה 2:** (12,220)

כמות המים הייתה 220 ליטר בדקה ה-12

מסקנה:

ב-2 דקות כמות המים עלתה ב-60 ליטר.

ולכן קצב הישר **האדום**:

ב-1 דקות כמות המים עולה ב-30 ליטר.

ניתן לחשב את הקצב גם לפי נוסחת השיפוע מעמוד 11 :

$$\text{ולכן יש עלייה של 30 ליטר בכל דקה} \quad \frac{220-160}{12-10} = \frac{60}{2} = 30$$

**בדיוק באותו אופן ניתן לגלות קצב של כל ישר.**

**נבחר 2 נקודות ונחשב את העלייה בליטר המים (ציר y) ביחס לעלייה בזמן (ציר x).**

**זכרו: בכל תרגיל המידע בצירים x, y יהיה שונה.**

ובאופן כללי, תמיד נבחר 2 נקודות על הישר ונחשב את הקצב שלו כך :

שינוי בציר y

שינוי בציר x

## סרטון הסבר



מה קורה כשקצב הגרף לא אחיד?

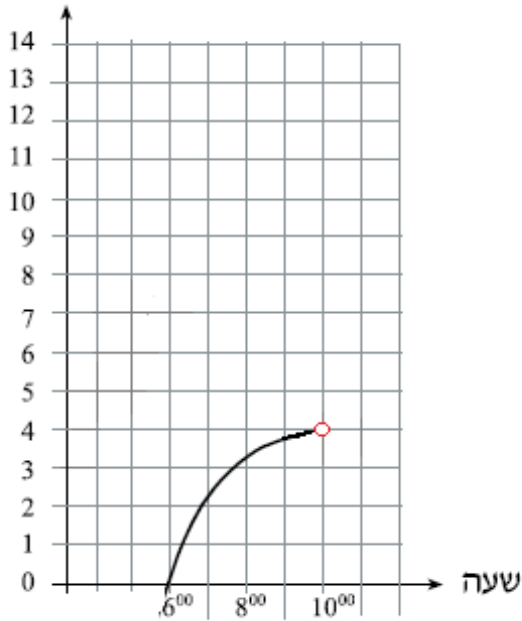
זאת אומרת, מה קורה כשהגרף לא ישר? איך נחשב את קצב הגרף?

במקרים אלו נחשב את הקצב הממוצע של הגרף

נסתכל על הדוגמא הבאה:

החל מ – 6:00 הטמפרטורה עולה.

טמפרטורה  
במעלות  
צלזיוס



מהו קצב השינוי הממוצע של הטמפרטורה בין 6:00-10:00?

ניתן לראות:

א. נקודת ההתחלה: אפס מעלות (0°)

ב. נקודת הסיום: 4 מעלות (4°)

ג. סך הכל: 4 שעות

מסקנה:

$$\frac{4 \text{ מעלות}}{4 \text{ שעות}} = 1$$

קצב השינוי הממוצע בין 6:00-10:00: 1

זאת אומרת: עבור כל שעה שעברה הטמפרטורה עלתה ב – 1 מעלות בממוצע

אין להניח שאחרי כל שעה הטמפרטורה עלתה ב – 1 מעלות, אלא זו העלייה בממוצע.

ניתן לראות בגרף שלאחר שעה אחת (6:00-7:00) הייתה עלייה של כ – 2 מעלות,

לאחר כשעה נוספת (7:00-8:00) הייתה עלייה של כמעלה אחת,

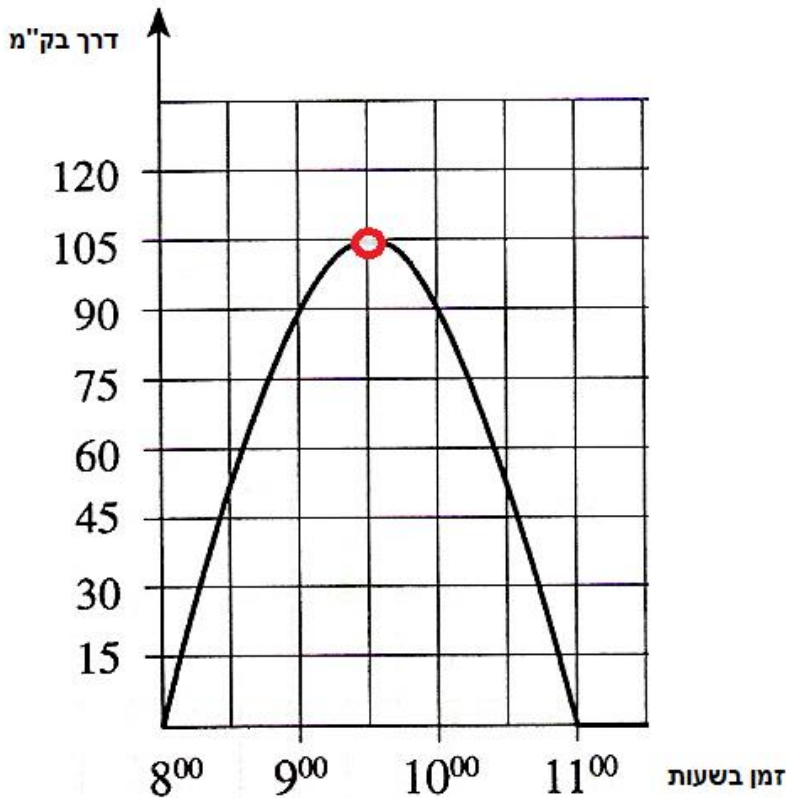
ובשעתיים האחרונות (8:00-10:00) העלייה הייתה אף איטית יותר.

לעיתים נדרש לחשב מהירות של מכונית.

בהינתן גרף ישר - חישוב זה זהה לחישוב שיפוע כפי שראינו בעמודים קודמים.

בהינתן גרף לא אחיד – חישוב זה זהה לחישוב שראינו בעמוד הקודם.

נסתכל על דוגמא עם גרף לא אחיד:



מכונית מתחילה את דרכה ב- 8:00 ומעוניינת להגיע לנקודה האדומה בשרטוט.

מהי המהירות הממוצעת של המכונית?

(מהירות ממוצעת = קצב ממוצע)?

ניתן לראות:

- ד. מנקודת ההתחלה עד לנקודה האדומה, המכונית עברה סך הכל 105 ק"מ (קילומטרים).
- ה. למכונית לקח שעה וחצי לעשות דרך זו.

מסקנה:

$$\frac{105}{1.5} = 70$$

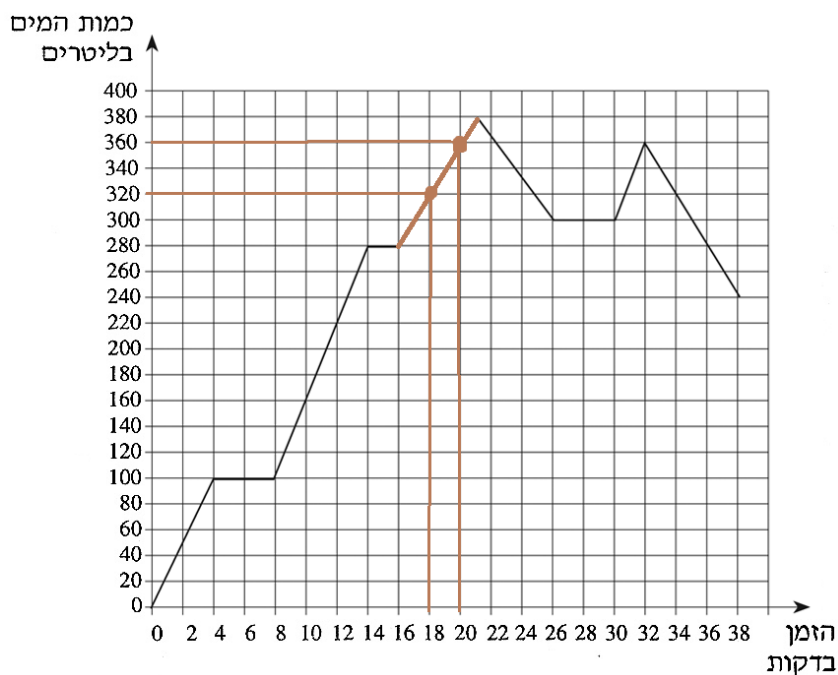
המהירות הממוצעת של המכונית: 70 קמ"ש (קילומטרים לשעה).

ושוב, אין להניח שאחרי כל שעה המכונית התקדמה ב = 70 ק"מ.

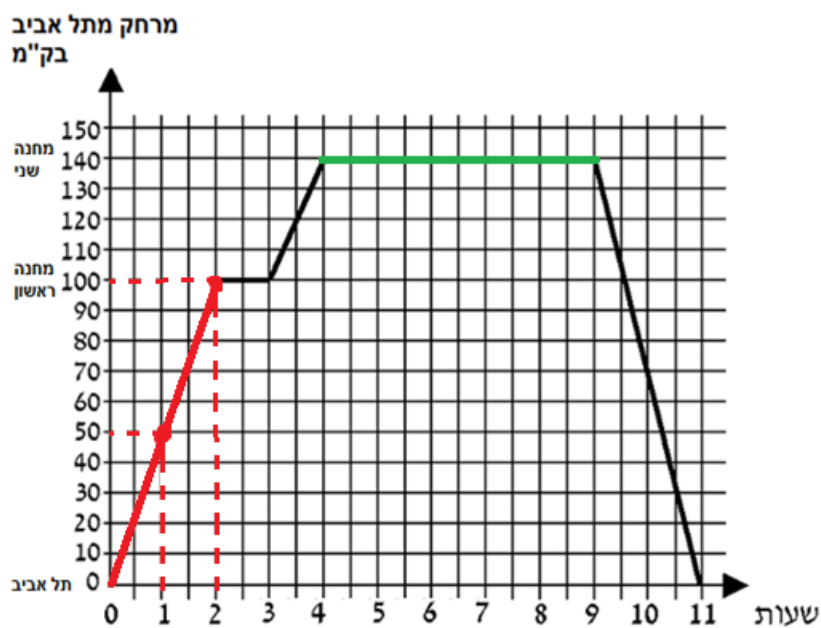
ניתן לראות בגרף שרוב התקדמות המכונית בין 8:00-10:00 הייתה בשעה הראשונה (8:00-9:00).

**תרגול:**

1. עיינו בגרף הבא וחשבו את שיפוע הישר החום באמצעות 2 הנקודות המסומנות:



2. עיינו בגרף הבא וחשבו את שיפוע הישר האדום והישר הירוק:

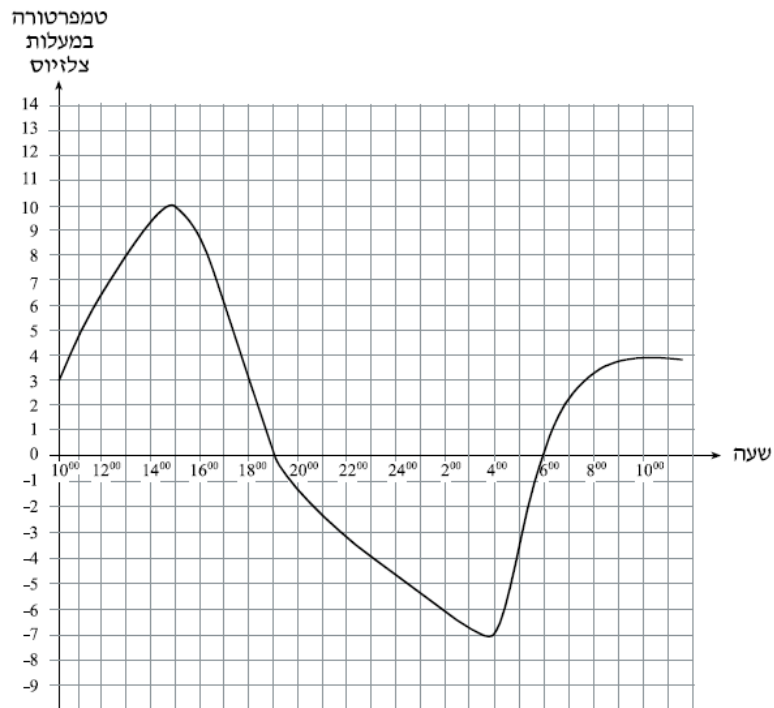


**פתרונות:**

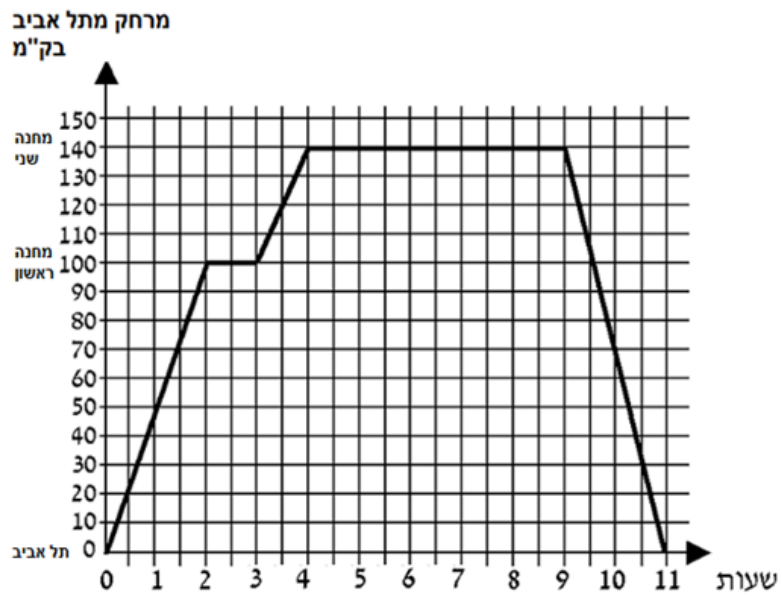
1. שיפוע: 20

2. שיפוע הירוק: 0, שיפוע האדום: 50

3. עיינו בגרף הבא וחשבו את קצב השינוי הממוצע של הטמפרטורה בין 15:00-19:00



4. עיינו בגרף הבא וחשבו את המהירות (קמ"ש) של המכונית בשעתיים הראשונות



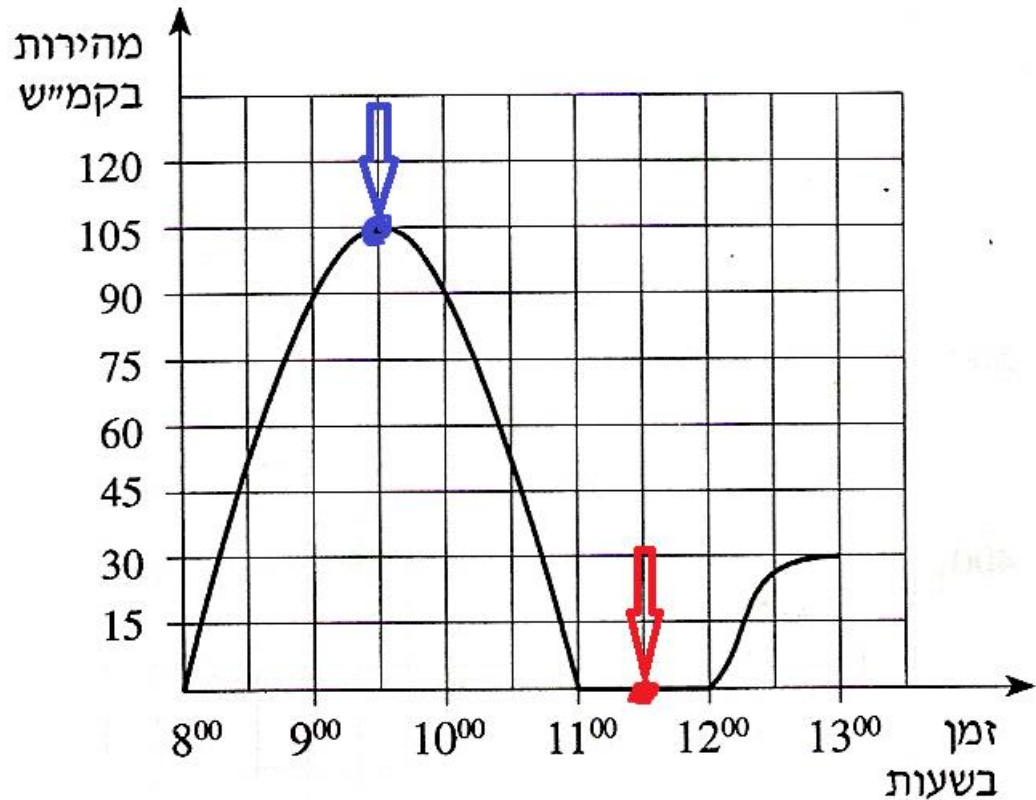
**פתרונות:**

1. שיפוע: 20
2. שיפוע הירוק: 0, שיפוע האדום: 50
3. 2.5 מעלות
4. 50 קמ"ש

## 5. מקרי קיצון בגרף

לעיתים נדרש לזהות את מקרי הקיצון בגרף. לכל גרף מידע שונה, ולכן מקרי הקיצון משתנים בין הגרפים. למשל נצטרך לזהות מהי כמות המים המקסימאלית, המהירות המינימאלית וכדומה.

דוגמא 1:



בגרף המופיע למעלה ניתן לראות שיש כלי תחבורה כלשהו הנוסע מ- 8:00 עד 13:00. לכלי התחבורה יש נקודות קיצון – כאשר מהירותו מקסימאלית, וכאשר מהירותו מינימאלית.

מהי המהירות המקסימאלית?

105 קמ״ש – ניתן לראות זאת באמצעות הנקודה הכחולה המסומנת בגרף.

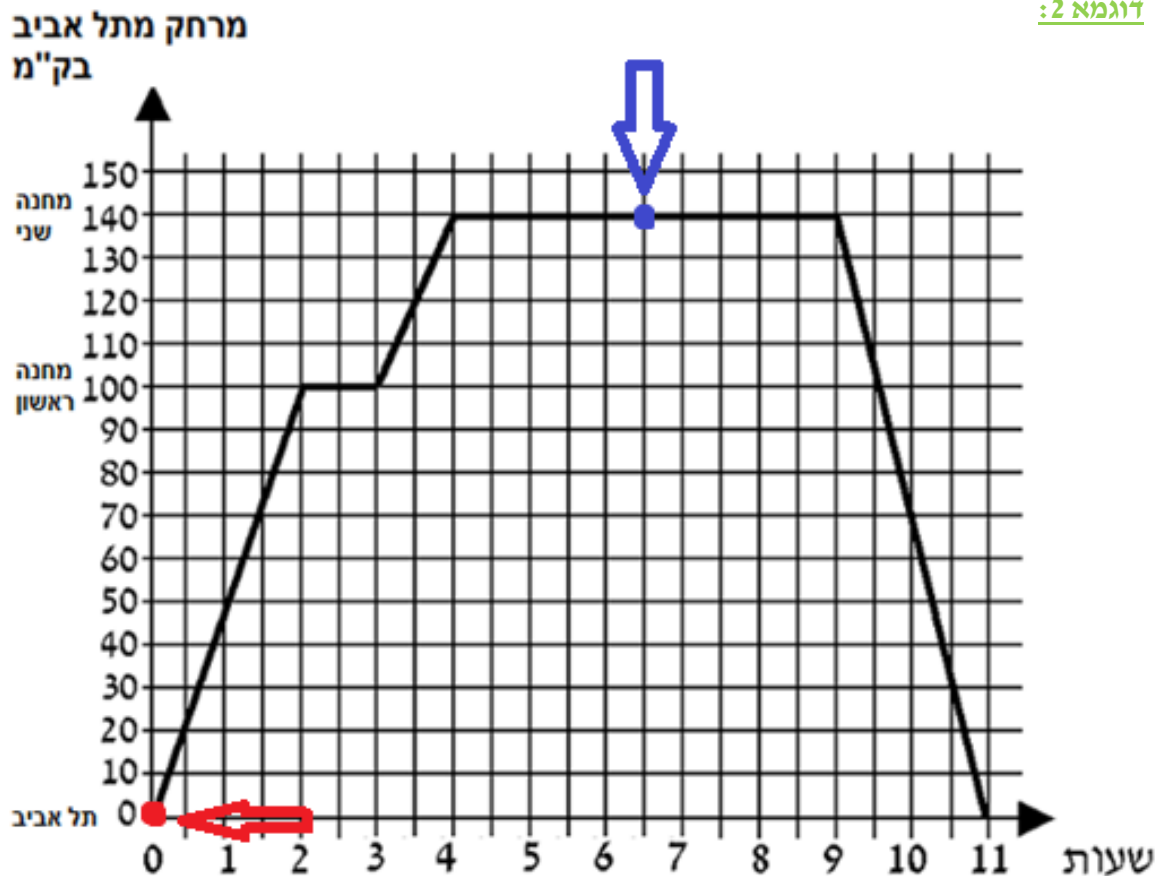
מהי המהירות המינימאלית?

0 קמ״ש – ניתן לראות זאת באמצעות הנקודה האדומה המסומנת בגרף.

**שימו לב:** כאשר המהירות היא 0 קמ״ש - הגרף קבוע.

המשמעות היא שכלי התחבורה לא נוסע כלל, ובכל הנקודות על הישר הקבוע – המהירות היא 0 קמ״ש.

סרטון הסבר



בגרף המופיע למעלה ניתן לראות שיש כלי תחבורה כלשהו הנוסע 11 שעות סך הכל. הוא יוצא מתל אביב למקום אחר.

כל קילומטר שעובר (עד שמגיע לנקודת קיצון המקסימאלית) הוא מתרחק יותר ויותר מתל אביב. נקודות הקיצון מראות מתי מרחקו מתל אביב מינימאלי, ומתי מרחקו מתל אביב מקסימאלי.

מה המרחק המקסימאלי מתל אביב?

**150 קילומטרים** – ניתן לראות זאת באמצעות הנקודה **הכחולה** המסומנת בגרף.

**חשוב לציין:** לאורך כל הישר הקבוע המרחק הוא 150 קילומטרים. המשמעות היא שהוא הגיע ליעדו, ובין שעות 4-9 לא נוסע כלל.

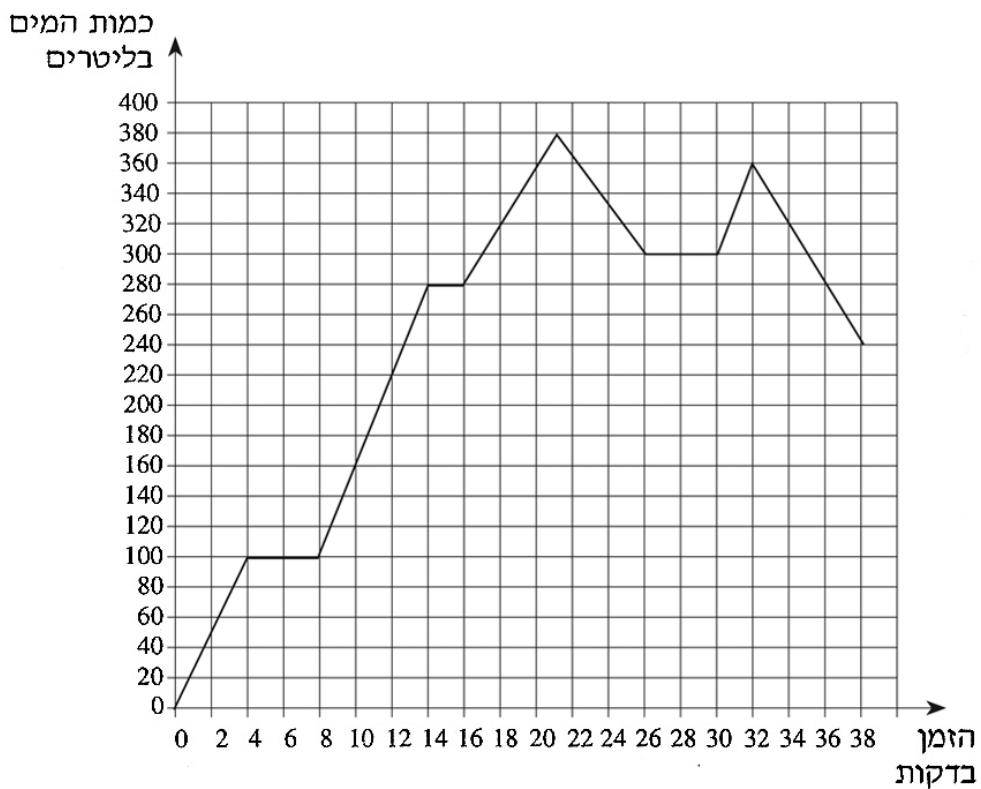
מה המרחק המינימאלי מתל אביב?

**0 ק"מ** – ניתן לראות זאת באמצעות הנקודה **האדומה** המסומנת בגרף.

**שימו לב:** בנקודות המינימום (הנקודה **האדומה**) המרחק של כלי התחבורה מתל אביב הוא 0 ק"מ – זאת אומרת שהוא נמצא בתל אביב. בנוסף, בסוף המסלול (אחרי 11 שעות) מרחקו מתל אביב הוא שוב 0 ק"מ – זאת אומרת שהוא חזר לתל אביב.

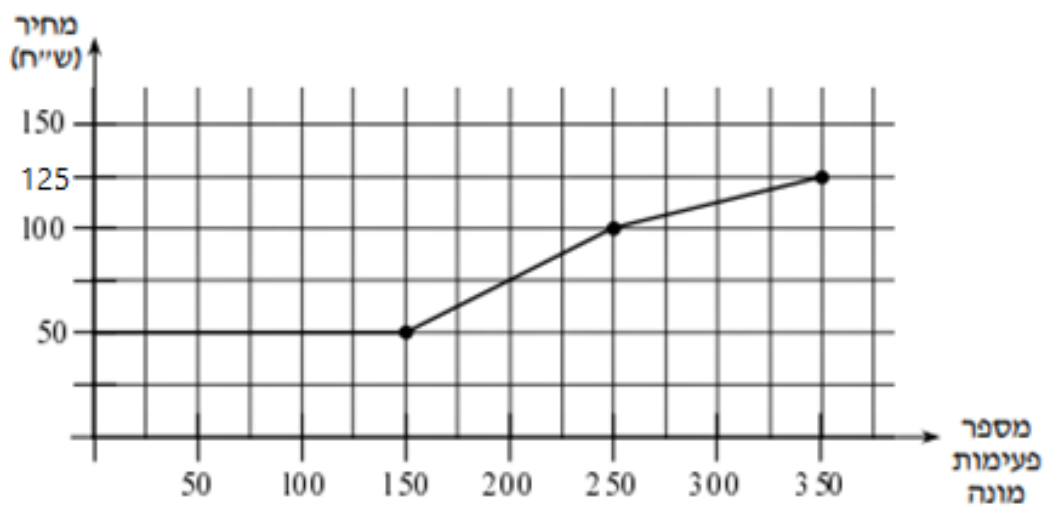
1.

מצאו את נקודות הקיצון בגרף הבא. כתבו מהי המשמעות של כל נקודת קיצון.

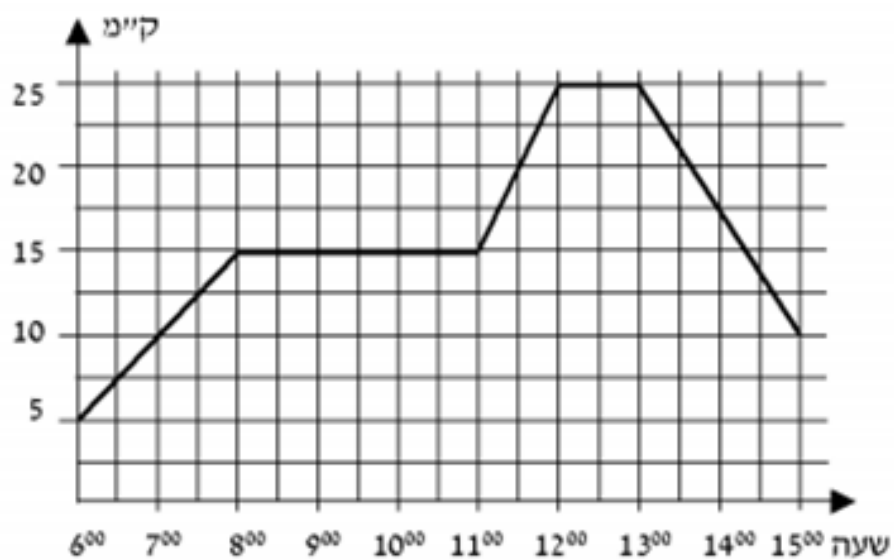


2. חברת טלפון גובה מלקוחותיה לפי פעימות המונה שביצעו בכל חודש.

מצאו את נקודות הקיצון בגרף הבא. כתבו מהי המשמעות של כל נקודת קיצון.



3. רכב היה במרחק 5 ק"מ מרמת גן, והמשיך להתרחק ממנה בשעה 6:00. מצאו את נקודות הקיצון בגרף הבא. כתבו מהי המשמעות של כל נקודת קיצון.



### פתרונות:

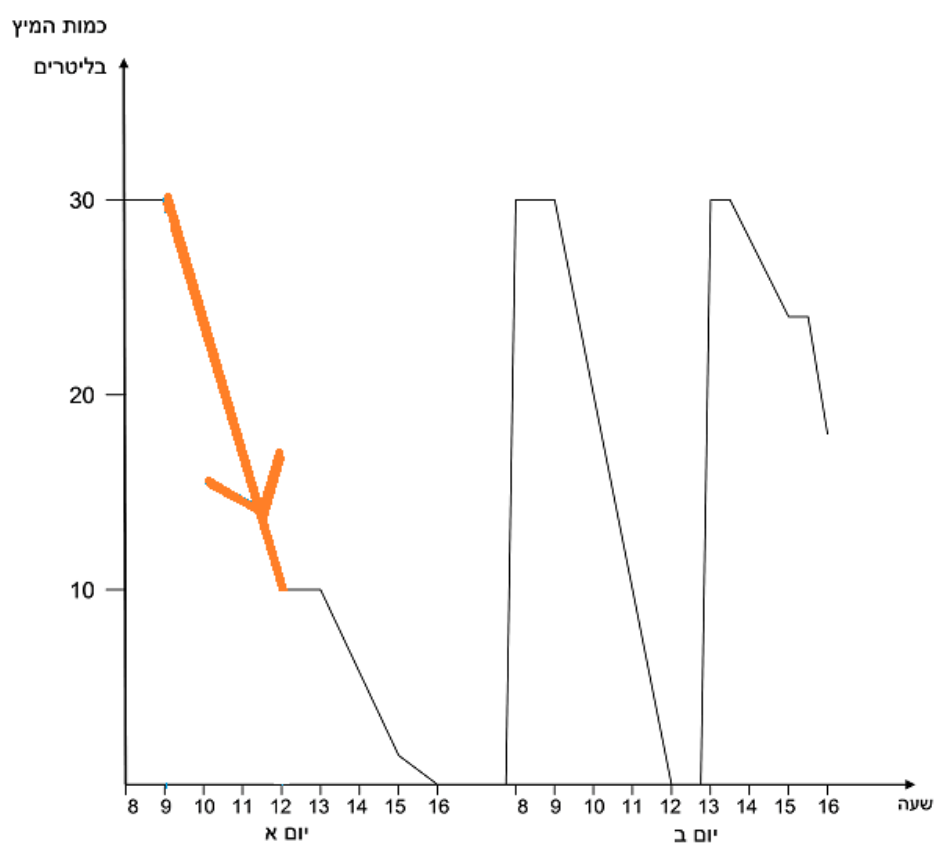
1. **מקסימום** – 380 ליטר מים, **מינימום** – 0 ליטר מים
2. **מינימום** – תשלום של 50 ₪, **מקסימום** – תשלום של 125 ₪
3. **מקסימום** – מרחק של 5 ק"מ מרמת גן, **מינימום** – מרחק של 25 ק"מ מרמת גן



## 6. חישוב טווח בגרף

לעיתים נדרש לחשב טווח כלשהו מנקודה מסוימת לנקודה אחרת.  
נעשה זאת לצורך הסקת מסקנות נוספות בנוגע למידע הקיים בגרף.  
הטווח בדרך כלל יחושב לפי המידע שנמצא בציר ה-  $x$  או ציר ה-  $y$ .

### דוגמא 1:

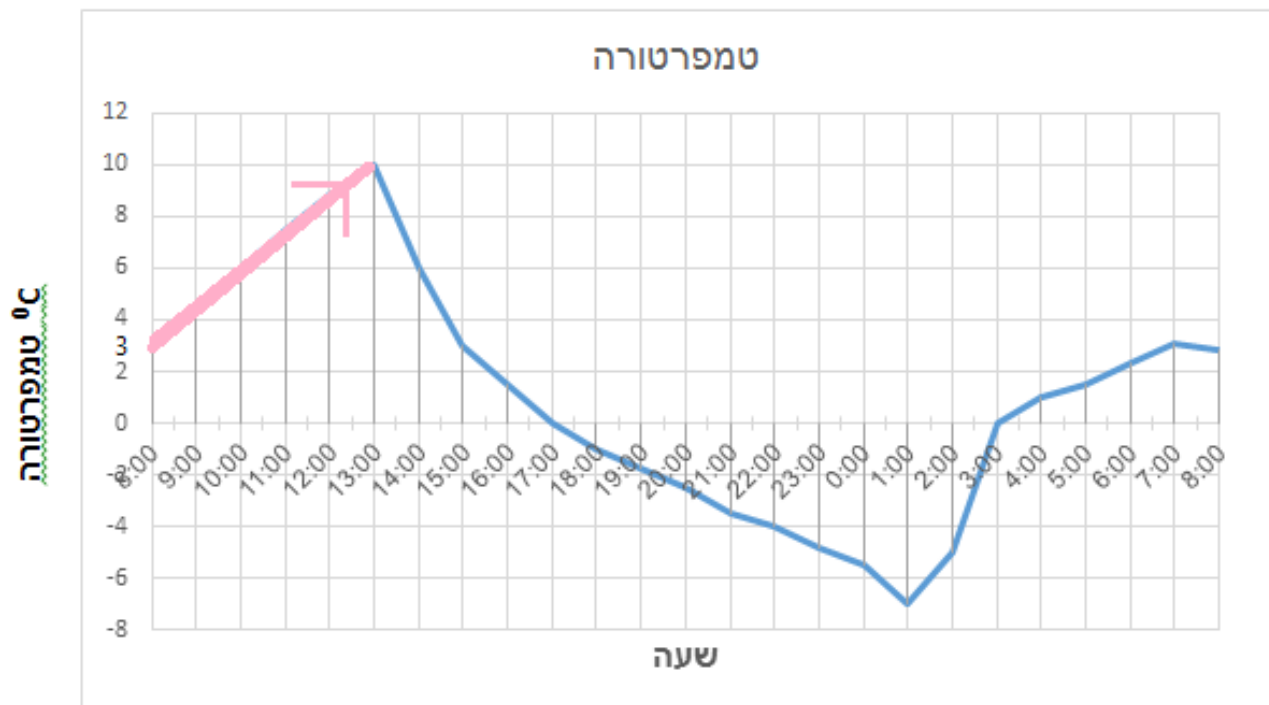


הישר שצבעו **כתום** מסמן מגמת ירידה בכמות המיץ העומדת לרשות העובדים במכונה.

שאלה: בכמה ירדה כמות המיץ (בליטרים) לאורך הישר ה**כתום** ?

תשובה: בטווח של 3 שעות (9 עד 12) כמות המיץ ירדה ב- 20 ליטר.

הירידה הייתה מ- 30 ליטר מיץ שהיו במכונה ל- 10 ליטר מיץ שנשארו במכונה.

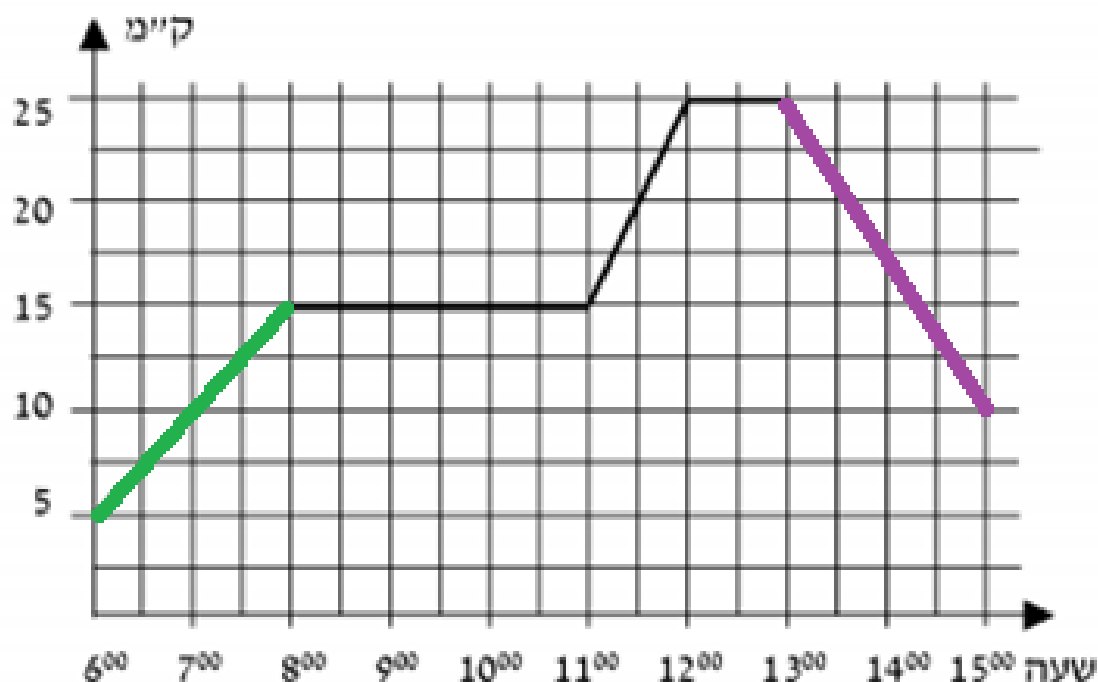


הישר שצבעו **ורוד** מסמן מגמת עלייה בטמפרטורה בשעות מסוימות.

שאלה: בכמה הטמפרטורות עלו לאורך הישר ה-**ורוד** ?

תשובה: לאורך הישר ה-**ורוד** הטמפרטורות עלו ב -  $7^{\circ}$

העלייה הייתה מ -  $3^{\circ}$  ל -  $10^{\circ}$ .



אוטובוס התחיל לנסוע ב – 6:00 וסיים ב – 15:00.

שאלה: האם בין 6:00-9:00 (הישר הירוק) הייתה מגמת עלייה או ירידה? ומהי?

תשובה: בין 6:00-9:00 האוטובוס התקדם 10 ק"מ.

מצד שני, ניתן לראות שגם בין 13:00-15:00 (הישר הסגול) האוטובוס נסע 15 ק"מ.

**המשמעות של העלייה** – התרחקות מנקודת המוצא

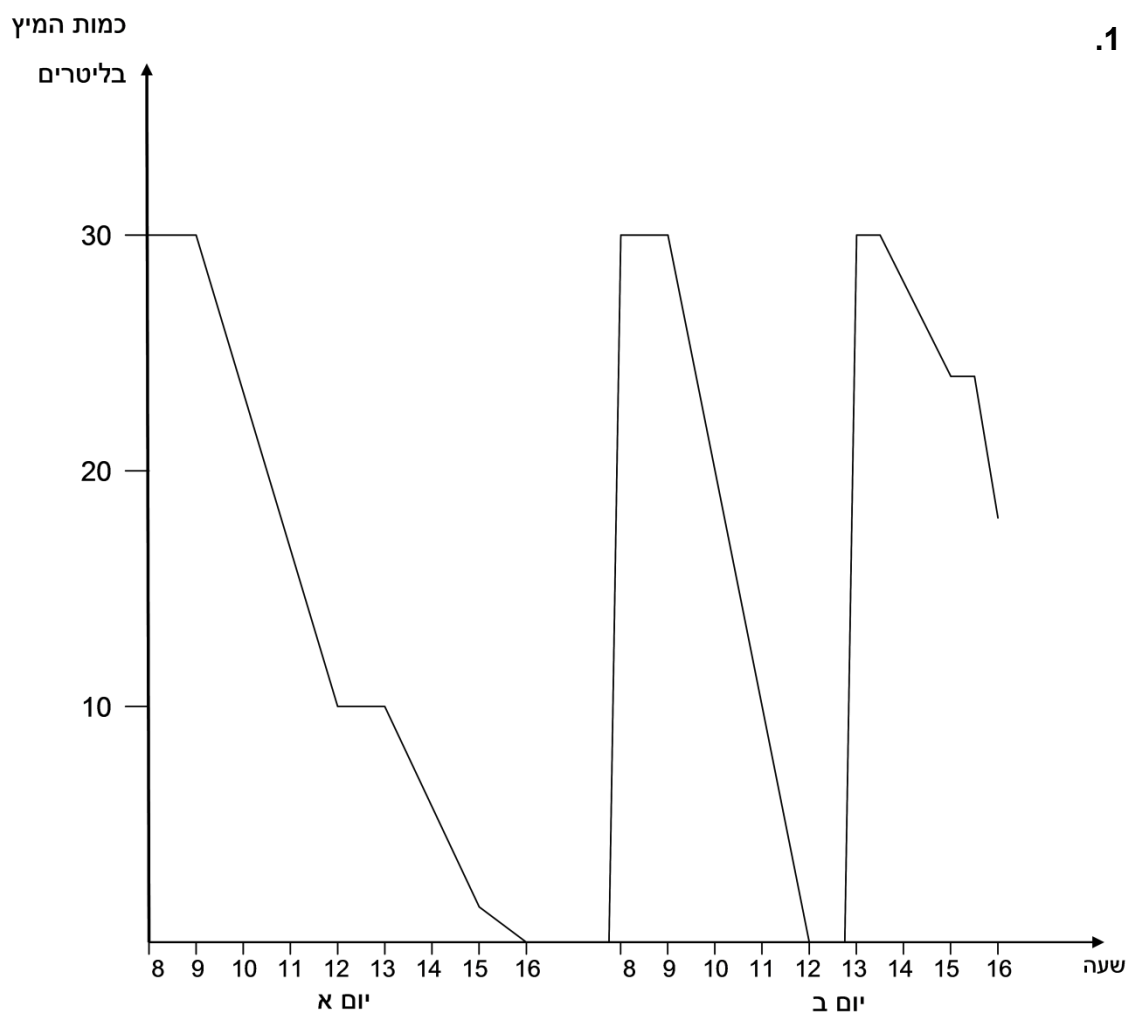
**המשמעות של הירידה** – חזרה לנקודת המוצא.

יחד עם זאת, בשני המקרים האוטובוס נוסע קילומטרים נוספים.

בכל גרף המידע שונה, ולכן משמעות העלייה/ירידה משתנה בהתאם.

בכל גרף התאימו את המסקנה הנכונה לפי המידע המוצג לכם בנוגע לעליות וירידות.

1.

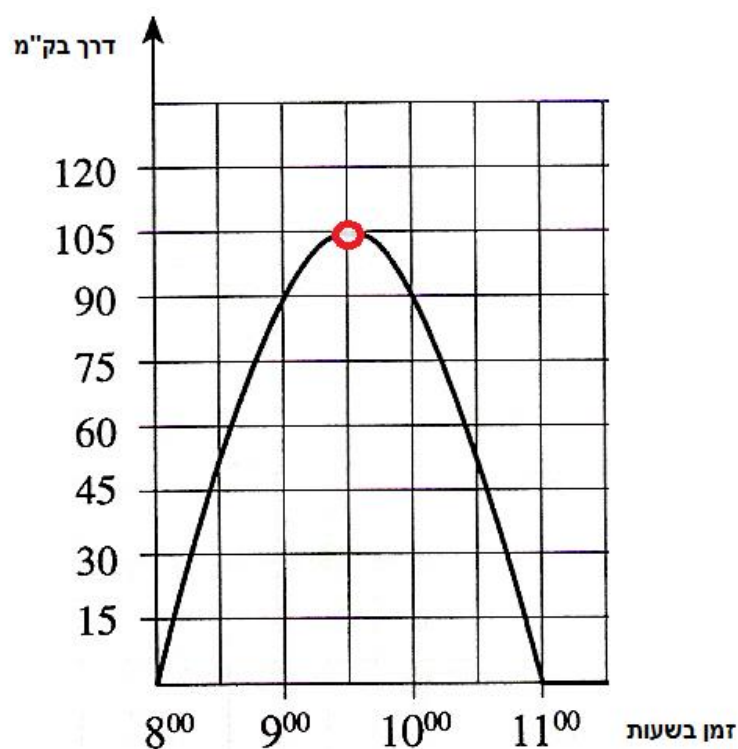


לפניכם גרף המציג את כמות המיץ במכונה מסוימת בארגון היי-טק.

כפי שניתן לראות, כמות המיץ יורדת בהתאם לצריכת העובדים.

שאלה: **ביום ב' ב- 13:00** מילאו את כמות המיץ כי המכונה התרוקנה.

האם כמות המיץ ירדה או עלתה **בין 13:00-16:00**, ובכמה ליטרים?



הגרף שלפניך מתאר מהירות של משאית בכל רגע, החל מהשעה  $8^{00}$  עד השעה  $13^{00}$ .

שאלה:

- א. בטווח שבין  $8:00$  עד  $9:30$  – כמה קילומטרים המשאית עוברת? ומה המשמעות של מרחק זה?  
 ב. בטווח שבין  $9:30$  עד  $11:00$  – כמה קילומטרים המשאית עוברת? ומה המשמעות של מרחק זה?

פתרונות:

1. כמות המיץ ירדה ב – 10 ליטרים
2. א. המשאית התרחקה מנקודת המוצא ב – 105 ק"מ  
 ב. המשאית חזרה לנקודת המוצא אחרי שעברה 105 ק"מ נוספים.

סרטון 1

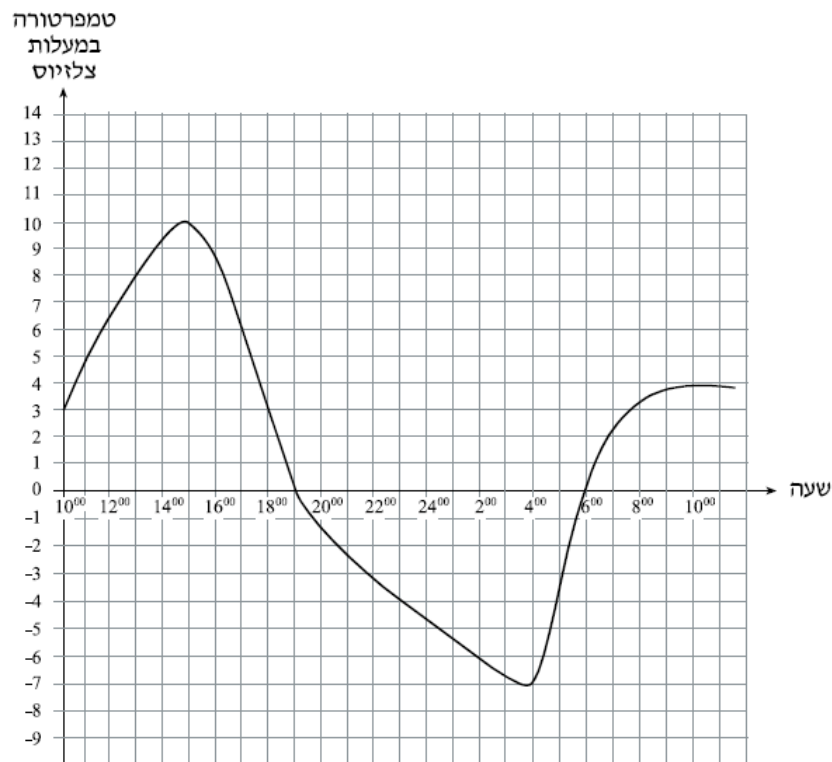
## 7. מבחן ביניים

1. הגרף הבא מתאר את נתוני שעות ההכנה ואת הציונים של שישה תלמידים במבחן במתמטיקה.



- א. איזה תלמיד למד במשך מספר השעות הגדול ביותר?
- ב. איזה תלמיד קיבל את הציון הנמוך ביותר?
- ג. לאיזה מהתלמידים מתאימה האמירה: "למרות כל מה שהשקעתי, לא כל כך הצלחתי"?
- ד. לאיזה מהתלמידים מתאימה הטענה: "הצלחתי מבלי ללמוד הרבה"?

2. הגרף שלפניך מתאר את הטמפרטורות שנמדדו בארץ אירופית מסוימת באחד מימי החורף המדידות נערכו במשך 24 שעות החל מ- $10^{00}$  בבוקר ועד  $10^{00}$  בבוקר שלמחרת.



- א. באיזו שעה נמדדה הטמפרטורה הגבוהה ביותר, ובאיזו שעה נמדדה הטמפרטורה הנמוכה ביותר?
- ב. מהו הפער במעלות (ההפרש) בין הטמפרטורה הגבוהה ביותר לטמפרטורה הנמוכה ביותר?
- ג. מהו קצב השינוי הממוצע של הטמפרטורה מהשעה  $15^{00}$  ועד לשעה  $19^{00}$ ?
- ד. בין אילו שעות היה קצב השינוי הממוצע של הטמפרטורה הגדול ביותר: בין השעה  $10^{00}$  ל- $15^{00}$  או בין השעה  $6^{00}$  ל- $10^{00}$  בבוקר שלמחרת? נמק את תשובתך.
- ה. בין אילו שעות הייתה הטמפרטורה במגמת ירידה?

3. לפניכם גרף, המתאר את הטמפרטורות ביממה חורפית בהר מירון כפונקציה של הזמן.



(א) התחילו למדוד את הטמפרטורות בשעה: \_\_\_\_\_ והטמפרטורה הייתה: \_\_\_\_\_

(ב) הטמפרטורה הנמוכה ביותר ביממה זאת הייתה: \_\_\_\_\_ בשעה: \_\_\_\_\_

(ג) באילו שעות הייתה הטמפרטורה  $6^{\circ}\text{C}$ ? \_\_\_\_\_

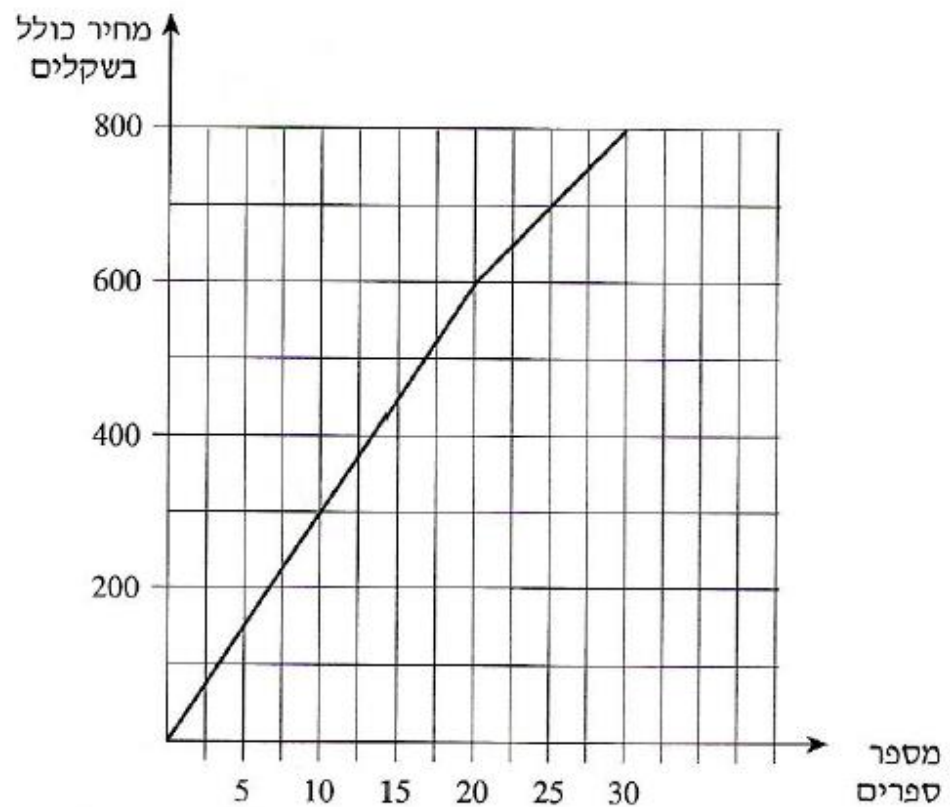
(ד) מה הייתה הטמפרטורה בשעה 05:00? \_\_\_\_\_



הגרף שלפניכם מתאר את המחיר של ספרים,  
לפי מספר הספרים הנקנים.

עיינו בגרף וענו על הסעיפים הבאים:

- א. כמה משלמים כשקונים 25 ספרים?
- ב. מהו המחיר של כל אחד מ-20 הספרים הראשונים?
- ג. מהו המחיר של כל אחד מהספרים בתחום שבין 20 ספרים ל-30 ספרים?
- ד. סוחר קנה 30 ספרים. כמה שילם בממוצע לכל ספר?



**הערה:** בסעיף ג' בעצם שואלים מהי עלות לספר בממוצע בתחום שבין 20-30 ספרים

**פתרונות:**

**1.** (א) תלמיד ד' (ב) תלמיד ב' (ג) תלמיד ו' (ד) תלמיד א'

**2.** (א) הגבוהה ביותר – בשעה  $15^{00}$ , הנמוכה ביותר – בשעה  $4^{00}$  (ב) 17 מעלות

צלזיוס

(ג) 2.5 מעלות בשעה (ד) בין  $10^{00}$  ל-  $15^{00}$  הקצב גדול יותר כי שיפוע הגרף

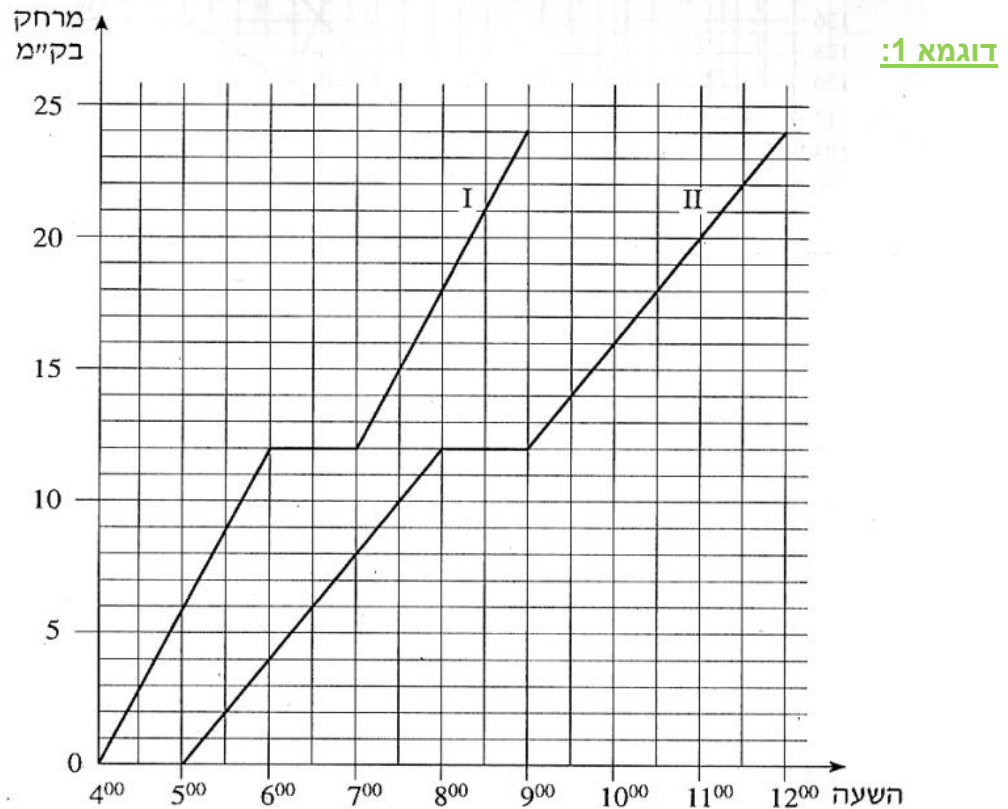
גדול יותר (ה) בין  $15^{00}$  ל-  $04^{00}$

**3.** א. 8:00 C0 3      ב. 3 C0 - בשעה 2:00      ג. 10:00, 18:00      ד. 1 C0

**4.** א. 700 ₪      ב. 30 ₪      ג. 20 ₪      ד. 26.67 ₪

## 8. שני גרפים – התאמת הגרפים לנתונים

בתרגילים עם 2 גרפים, לעיתים נדרש להתאים את הגרפים לנתונים המוצגים לנו.  
רק לאחר שנעשה זאת, נוכל להמשיך לשאר הסעיפים.



שני קבוצות צועדים יצאו למסע באותו מסלול.

הקבוצה המהירה צעדה במהירות של 6 ק"מ לשעה.

הקבוצה האיטית צעדה במהירות של 4 ק"מ לשעה.

שאלה: איזה מהגרפים, I או II, מתאים לקבוצה המהירה? הסבר.

תשובה: ניתן לפתור ב – 2 דרכים.

דרך 1: להשתמש בחישוב השיפוע (לפי פרק 3, עמודים 10-11)

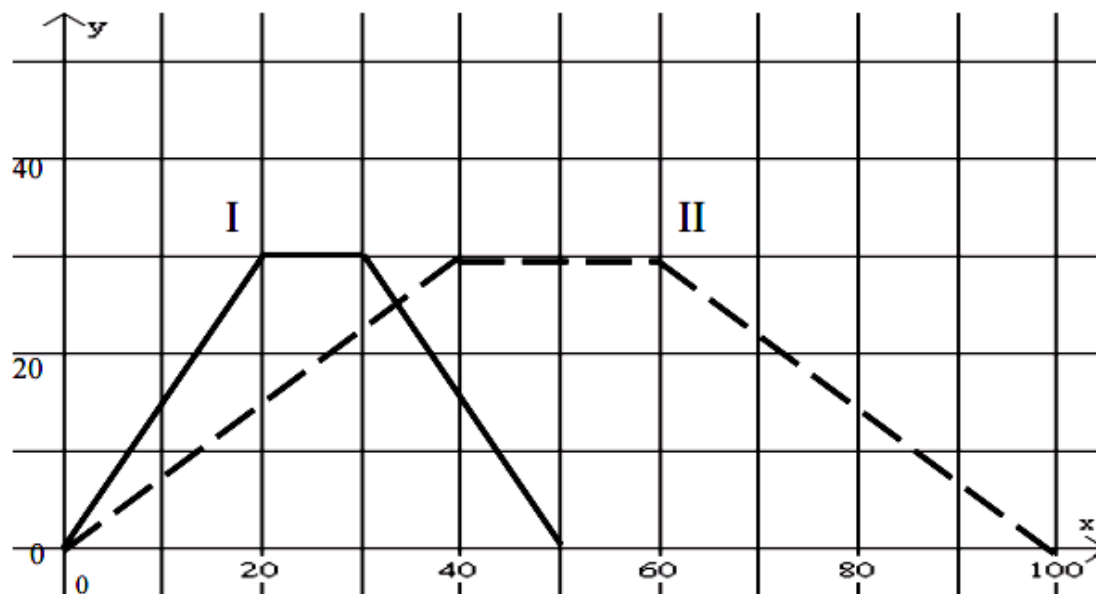
דרך 2: מהתבוננות בגרף ניתן לראות ש:

בגרף I יש עלייה של 12 ק"מ בשעתיים, ובגרף II יש עלייה של 12 ק"מ - 3 שעות.

מסקנה: הקבוצה המהירה מתאימה לגרף I

## דוגמא 2:

המרחק מנקודת  
ההתחלה (מטרים)



הזמן (שניות)

אבי ובני שוחים בבריכה שאורכה 30 מ'.

הם שוחים מקצה אחד של הבריכה אל קצה הבריכה שמולם. אבי שוחה מהר יותר מבני.

שאלה: איזו עקומה, I או II, מתאימה לאבי, ואיזו עקומה מתאימה לבני?

תשובה: ניתן לפתור ב- 2 דרכים.

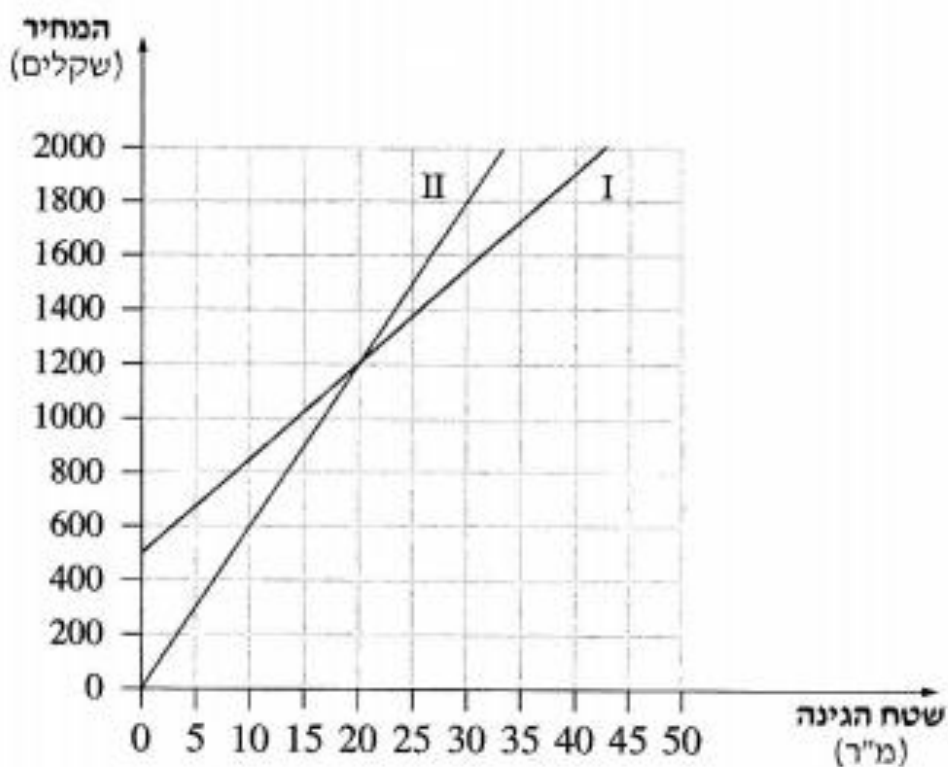
דרך 1: להשתמש בחישוב השיפוע (לפי פרק 3, עמודים 10-11)

דרך 2: מהתבוננות בגרף ניתן לראות ש:

בגרף I יש עלייה של 30 מטרים ב-20 שניות, ובגרף II יש עלייה של 30 מטרים ב-40 שניות.

מסקנה: אבי, השחיין המהיר יותר, מתאים לגרף I

### דוגמא 3:



שני גננים פרסמו בעיתון השכונתי הצעות מחיר לסידור גינה:  
הצעתו של הגנן ארז: 500 ₪ לייעוץ ועוד 35 ₪ לכל מ"ר גינה.  
הצעתו של הגנן אלון: הייעוץ חינם, ועוד 60 ₪ לכל מ"ר גינה.  
לפניכם שני גרפים המתארים את ההצעות.

שאלה: איזה גרף I או II מתאר את הצעתו של ארז? נמק.

תשובה: ניתן לפתור ב – 2 דרכים.

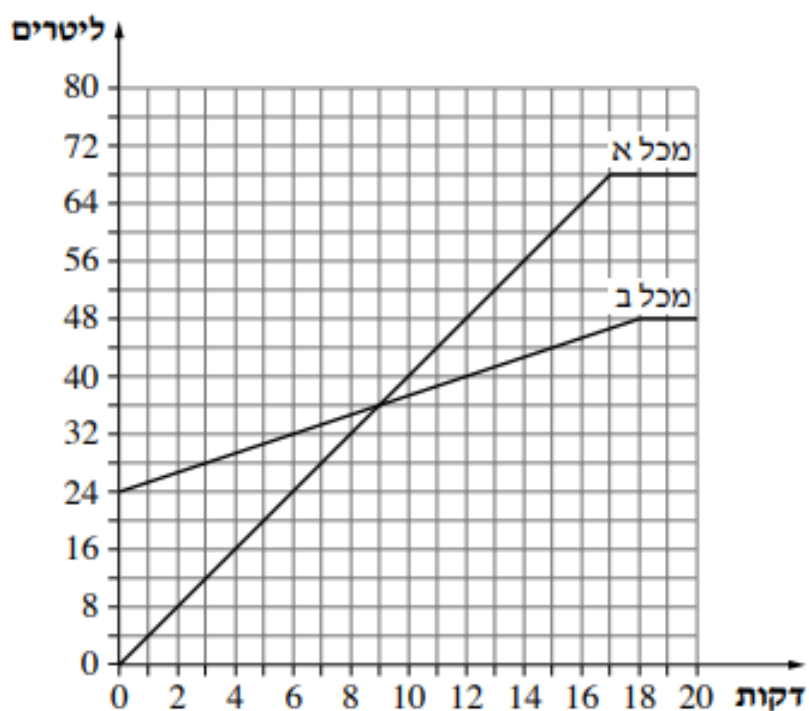
**דרך 1:** להשתמש בחישוב השיפוע (לפי פרק 3, עמודים 10-11)

**דרך 2:** לפי נקודות המוצא נתין לראות ש:

גרף I מתחיל מ – 500 ₪ (עלות הייעוץ 500 ₪), וגרף II מתחיל ב – 0 ₪ (הייעוץ חינם).

מסקנה: גרף I מתאים לארז, גרף II מתאים לאלון.

## תרגול:



נתונים שני מכלים : מכל א ומכל ב.

הגרפים מתארים את כמות המים בשני המכלים, לפי הזמן (מרגע פתיחת הברזים).  
דני החליט לטפל במכל המהיר יותר, בעוד שטובה לקחה אחריות על המכל האיטי יותר.  
שאלה : איזה מכל שייך לטובה, ואיזה מכל שייך לדני?

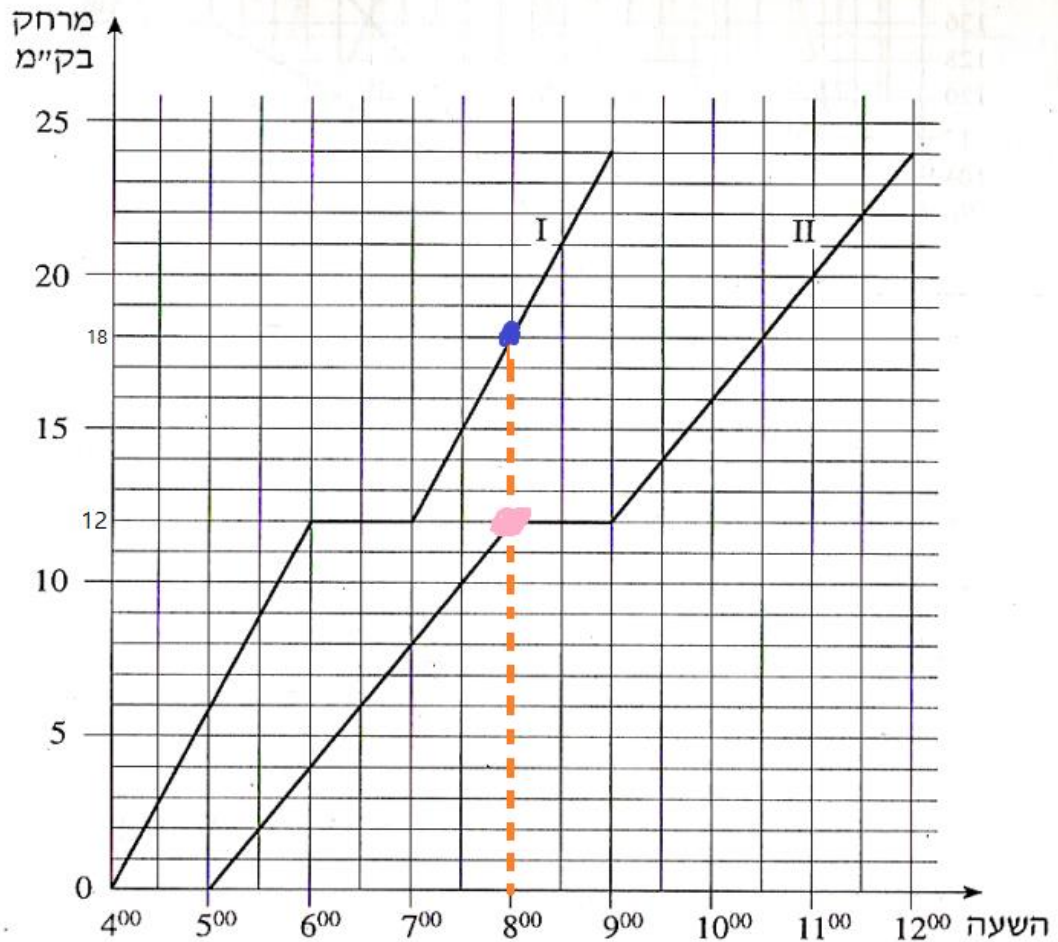
## פתרון:

דני – מכל א', טובה – מכל ב'

## 9. השוואה בין 2 גרפים

בתרגילים עם 2 גרפים, נידרש בדרך כלל להתייחס לשני בגרפים בו זמנית – ולהשוות בין מרכיבים שונים. עקבו היטב אחר הדוגמאות.

**דוגמא 1:**



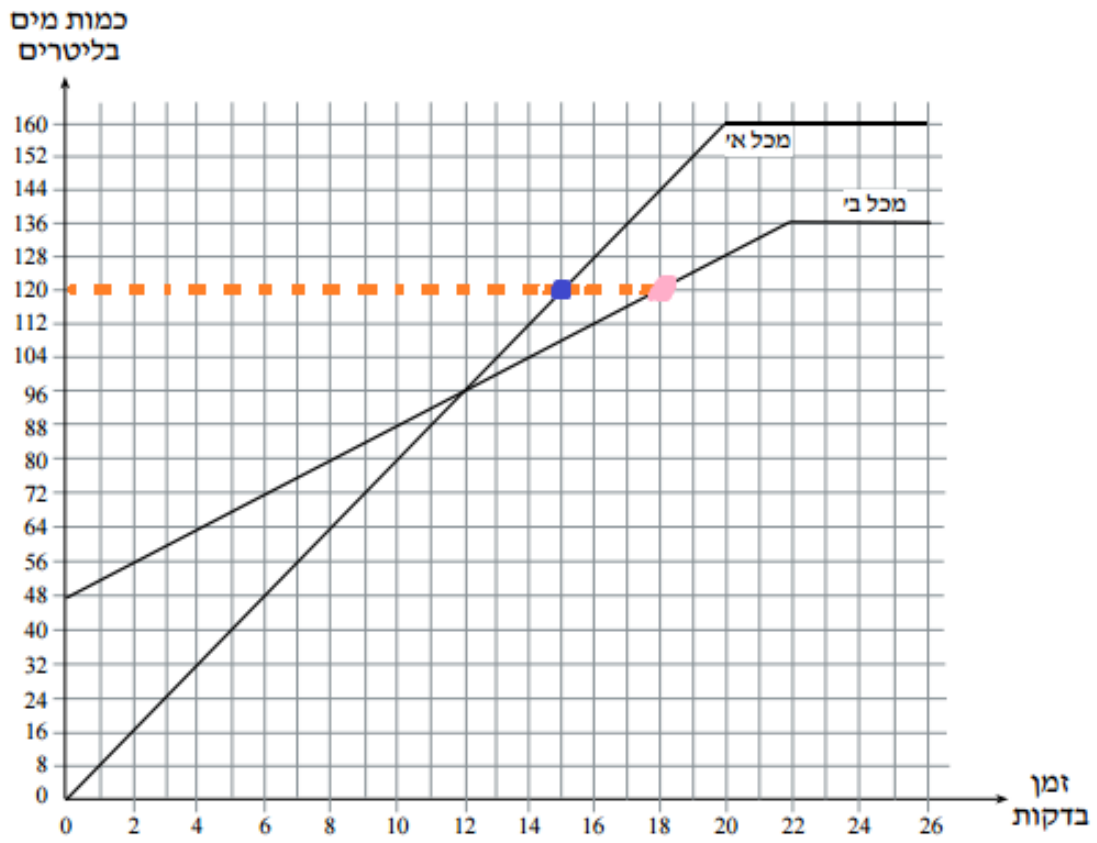
בגרף מוצגים 2 כלי רכב הנוסעים בין השעות 4:00-12:00, ואת המרחק שעשו (בקילומטרים).

כלי רכב 1 - גרף I, כלי רכב 2 - גרף II.

**שאלה:** מה המרחק שכל אחד מהם עבר עד 8:00 ?

**תשובה:** הישר הכתום המקווקו מראה מה המרחק שכל אחד מכלי הרכב עבר.

לפי הנקודה ה-**ורודה** – כלי רכב 2 עבר 12 ק"מ, בעוד שלפי הנקודה ה**כחולה** כלי רכב 1 עבר 18 ק"מ.



בגרף מוצגים 2 מכלים, מכל א' ומכל ב'. כל אחד מהם מתמלא במים (ליטרים) לאורך זמן (דקות).

שאלה: מתי כל מכל מגיע לכמות מים של 120 ליטרים?

תשובה: הישר ה**כתום** המקווקו מראה מתי כל מכל מגיע ל – 120 ליטר מים.

לפי הנקודה ה-**ורודה** – למכל ב' לוקח 18 דקות, בעוד שלפי הנקודה ה**כחולה** למכל א' לוקח 15 דקות.

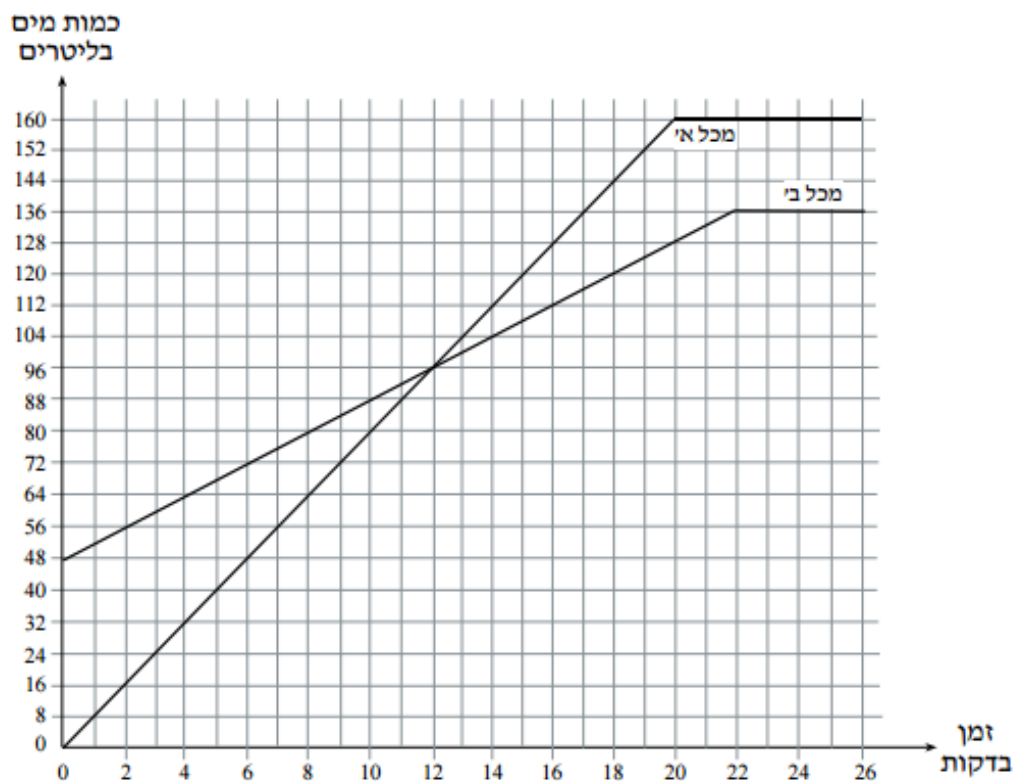
[סרטון 1](#)

[סרטון 2](#)



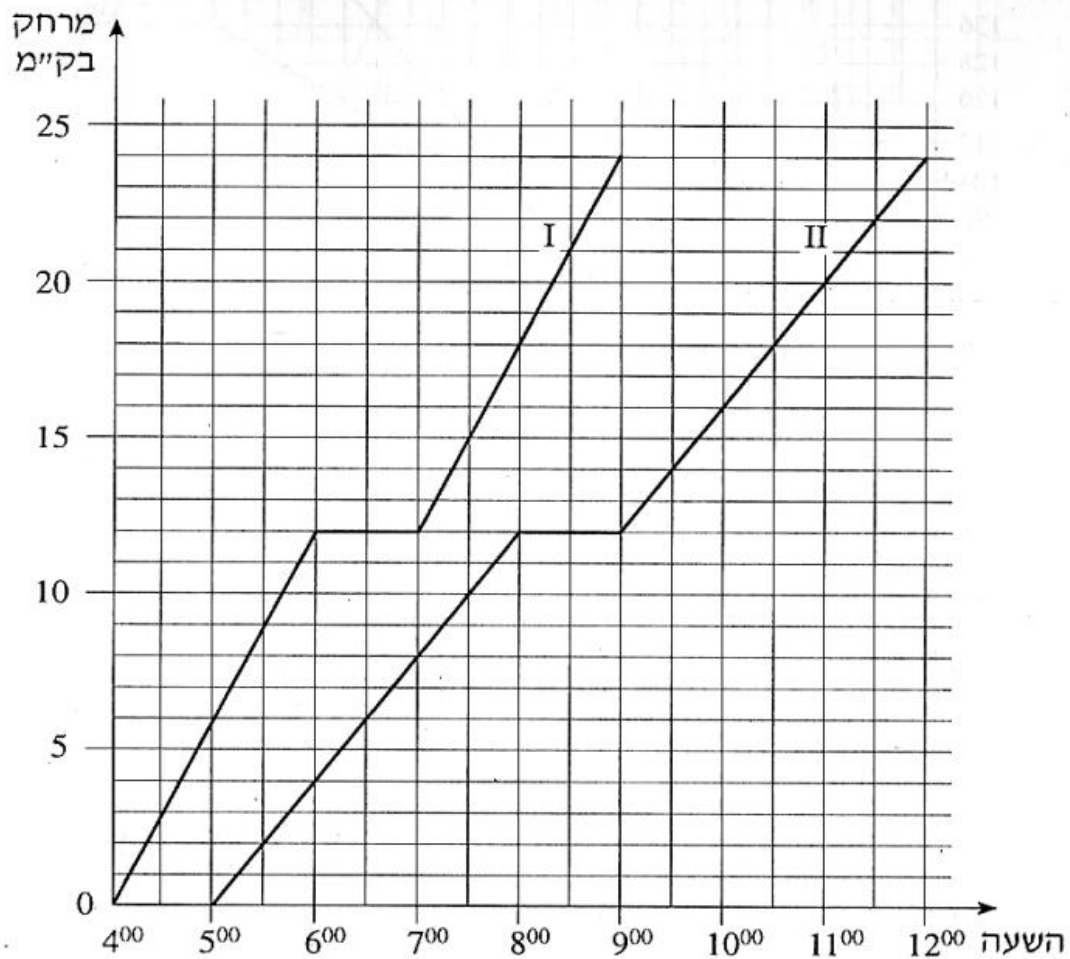
## תרגול:

1. נתונים שני מכלים. מכל א' ריק, ובמכל ב' יש 48 ליטר מים. מזרימים מים לשני המכלים עד שהם מתמלאים. לפניך גרפים המתארים את כמות המים בשני המכלים, לפי הזמן (החל מרגע פתיחת הברזים). עיין בגרף וענה על הסעיפים הבאים:



- א. כמה ליטרים מים יש בכל אחד מהמכלים 10 דקות לאחר פתיחת הברזים?  
ב. לאחר כמה דקות, מרגע פתיחת הברזים, היו במכל א' 72 ליטר מים? ולאחר כמה דקות, מרגע פתיחת הברזים, היו במכל ב' 72 ליטר מים?  
ג. באיזה מכל היו יותר מים, 4 דקות לאחר פתיחת הברזים, ובכמה ליטרים יותר?

2. שתי קבוצות צועדים יצאו למסע באותו מסלול.  
 קבוצה I צעדה במהירות של 6 ק"מ לשעה.  
 קבוצה II צעדה במהירות של 4 ק"מ לשעה.  
 כל אחת מהקבוצות עשתה מנוחה אחת במהלך המסע.  
 הגרפים I ו-II שלפניכם מתארים את המרחק של שתי הקבוצות מנקודת המוצא, לפי הזמן.



- א. באיזה מרחק מנקודת המוצא הייתה כל אחת מהקבוצות בשעה 6:00 בבוקר?  
 ב. מה היה המרחק בין הקבוצות כאשר קבוצה II התחילה את המנוחה שלה?

**פתרונות:**

1. (א) מכל א – 80 ליטר, מכל ב – 88 ליטר (ב) מכל א – 9 דקות, מכל ב – 6 דקות  
 (ג) מכל ב' – 32 ליטרים יותר

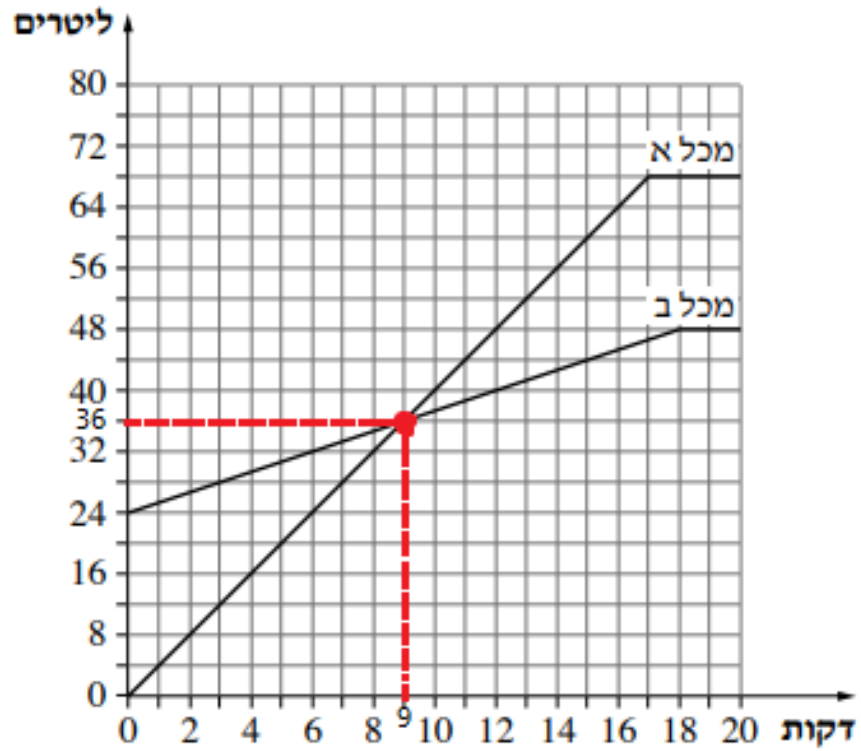
2. (א) קבוצה I – 12 ק"מ, קבוצה II – 4 ק"מ 8:00 (ב) 6 ק"מ

### 10. נקודת מפגש בין 2 גרפים

כאשר נפתור תרגילים עם 2 גרפים, לעיתים ניתקל בנקודות המפגש ביניהם.

נקודה זו מציינת רגע כלשהו שבו 2 הגרפים בעלי מידע זהה בדיוק.

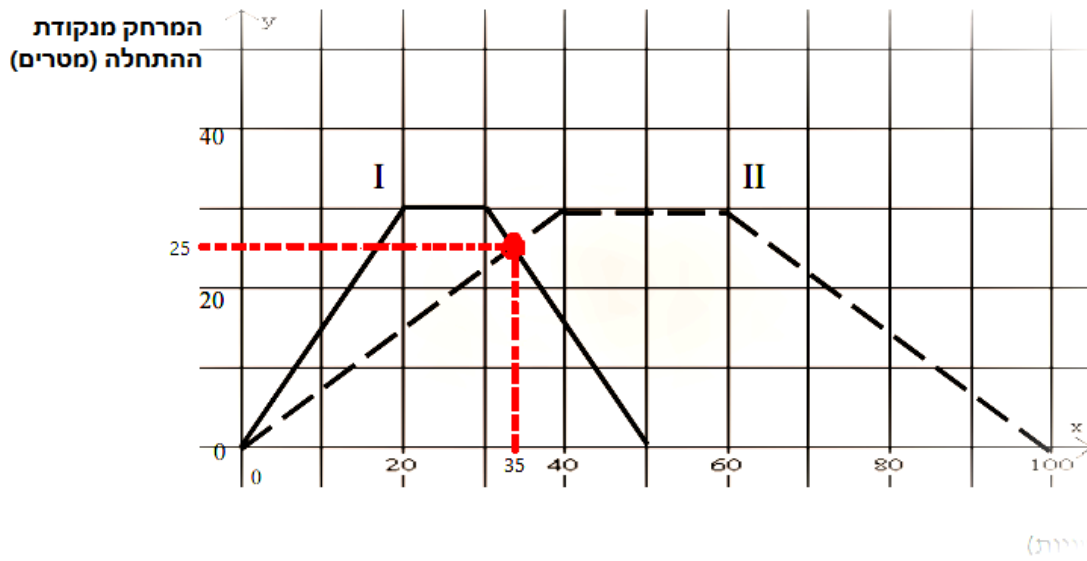
דוגמא 1:



שאלה: מתי לשני המכלים הייתה אותה כמות מים (בליטרים) וכעבור כמה דקות זה קרה?

תשובה: הנקודה **האדומה** מראה לנו איפה 2 הגרפים נפגשים.

זה קורה אחרי 9 דקות, כאשר כמות המים בשניהם היא 36 ליטר.



שאלה: לאחר כמה זמן (בשניות) שני הגרפים נפגשים? ובאיזה מרחק מנקודת ההתחלה?

תשובה: הנקודה **האדומה** מראה לנו איפה 2 הגרפים נפגשים.

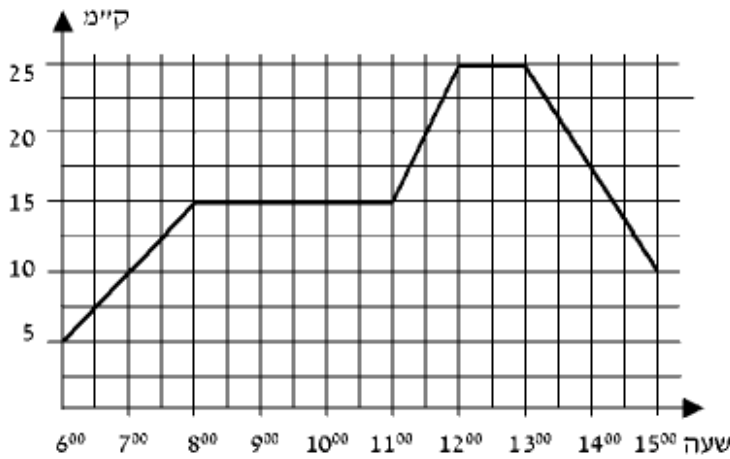
זה קורה אחרי 35 שניות, כאשר שניהם עברו מרחק של 25 מטרים.

מה למדנו?

למדנו שלמרות ששני הגרפים לא זהים, ובעלי קצב שונה, עדיין יש רגע שבו הם נפגשים.

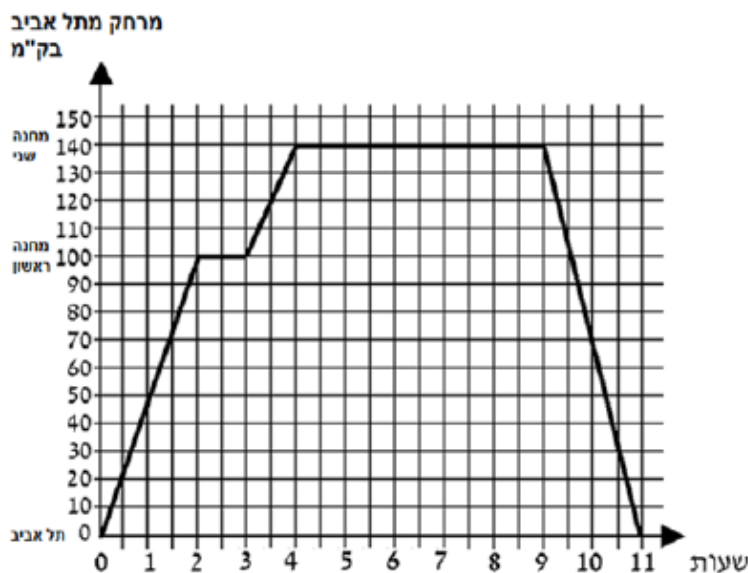
ברגע הזה שניהם עברו בדיוק את אותם פרמטרים, ובעלי מידע זהה לחלוטין.

**11. מבחן מסכם**



1. רוכב אופניים יצא מקריית ביאליק. הגרף שלפניכם מתאר את המרחק של הרוכב מקריית ביאליק, כפונקציה של הזמן. עיינו בגרף וענו על הסעיפים הבאים:

- באיזה מרחק מקריית ביאליק היה הרכב האופניים בשעה 11:30?
- באילו שעות היה הרכב האופניים במרחק של 10 ק"מ מקריית ביאליק?
- כמה פעמים נח הרכב האופניים, וכמה זמן נמשכה כל מנוחה?
- איזה מרחק עבר הרכב האופניים בין השעה 13:00 ל-15:00?
- כמה ק"מ בסך הכול רכב הרכב האופניים בין השעה 6:00 ל-15:00?



2. משאית יצאה מתל אביב. המשאית עצרה בשני מחנות צבא, וחזרה לתל אביב. לפניכם גרף המתאר את המרחק של המשאית מתל אביב, מרגע יציאתה ועד רגע חזרתה.

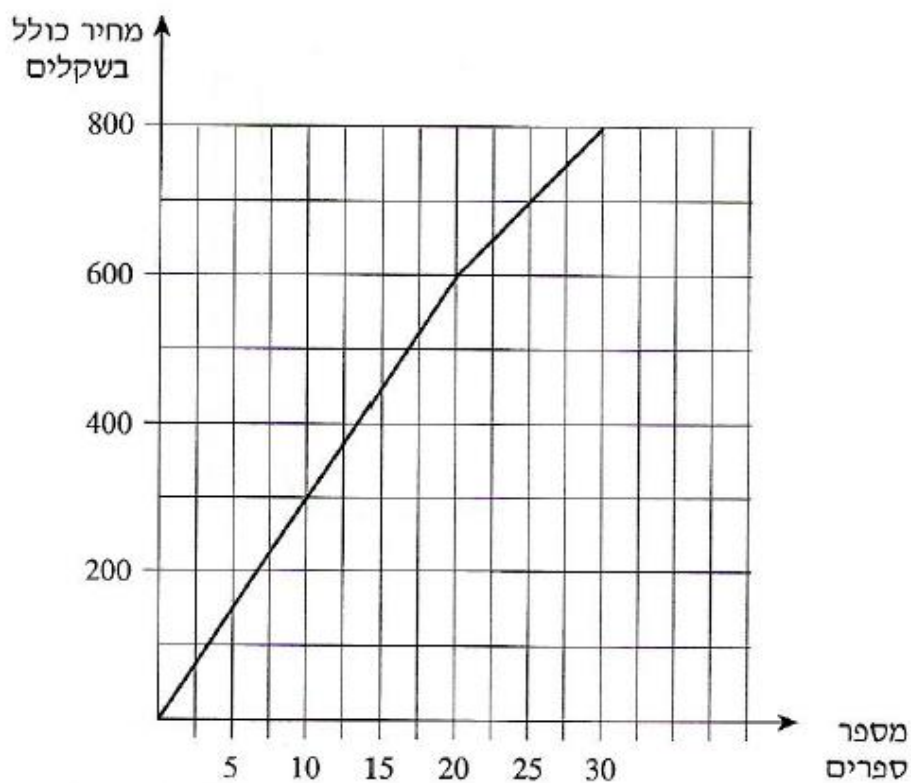
- עיינו בגרף וענו על הסעיפים הבאים:
- כמה זמן התעכבה המשאית במחנה הראשון, וכמה זמן התעכבה במחנה השני?
  - מהו המרחק בין המחנה הראשון ובין המחנה השני?
  - מהו אורך כל הדרך שעברה המשאית מרגע יציאתה ועד רגע חזרתה?
  - לאחר כמה זמן מרגע היציאה מתל אביב, הגיעה המשאית למחנה השני?
  - כמה זמן נמשכה הדרך חזרה מהמחנה השני לתל אביב?

3

הגרף שלפניכם מתאר את המחיר של ספרים,  
לפי מספר הספרים הנקנים.

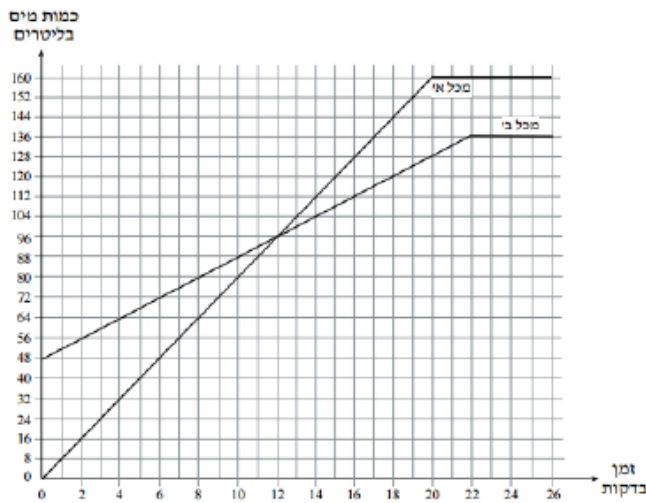
עיינו בגרף וענו על הסעיפים הבאים:

- א. כמה משלמים כשקונים 25 ספרים?
- ב. מהו המחיר של כל אחד מ-20 הספרים הראשונים?
- ג. מהו המחיר של כל אחד מהספרים בתחום שבין 20 ספרים ל-30 ספרים?
- ד. סוחר קנה 30 ספרים. כמה שילם בממוצע לכל ספר?



4.

נתונים שני מכלים. מכל א' ריק, ובמכל ב' יש 48 ליטר מים. מזרימים מים לשני המכלים עד שהם מתמלאים. לפניכם גרפים המתארים את כמות המים בשני המכלים, לפי הזמן (החל מרגע פתיחת הברזים).

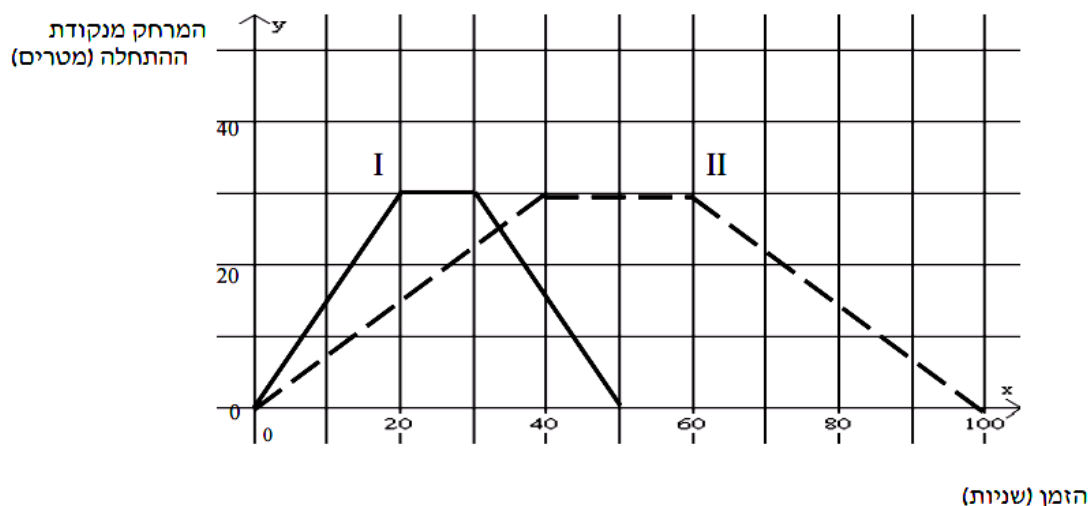


עיינו בגרף וענו על הסעיפים הבאים:

- כמה ליטרים מים יש בכל אחד מהמכלים 4 דקות לאחר פתיחת הברזים?
- לאחר כמה דקות, מרגע פתיחת הברזים, היו במכל א' 120 ליטר מים? ולאחר כמה דקות, מרגע פתיחת הברזים, היו במכל ב' 120 ליטר מים?
- במשך כמה דקות, מרגע פתיחת הברזים, הייתה כמות המים במכל ב' גדולה מכמות המים במכל א'?
- באיזה מכל היו יותר מים, 20 דקות לאחר פתיחת הברזים, ובכמה ליטרים יותר?
- לאחר כמה דקות מרגע פתיחת הברזים התמלא מכל ב'?

5.

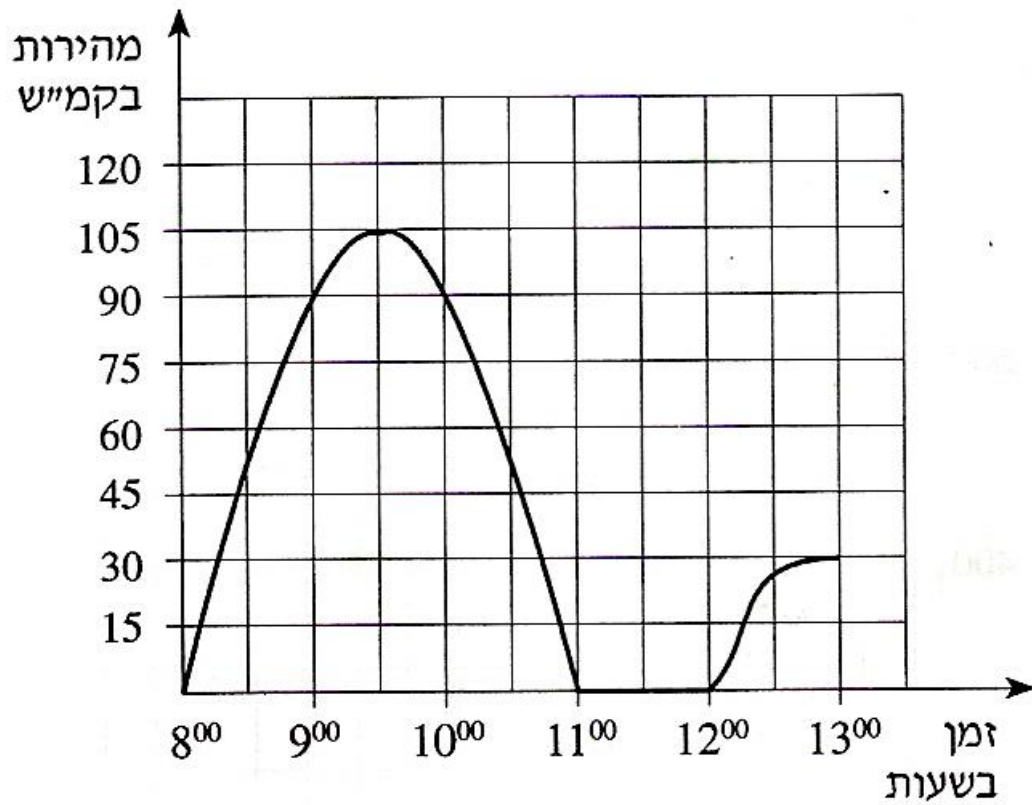
אבי ובני שוחים בבריכה שאורכה 30 מ'. הם שוחים מקצה אחד של הבריכה אל קצה הבריכה שמולם. בהגיעם לקצה השני של הבריכה הם נחים מעט, ואז הם משנים את כיוון שחייתם וחוזרים לנקודת ההתחלה. אבי שוחה מהר יותר מבני. אבי ובני התחילו לשחות באותו זמן ושניהם שחו מתחילת הבריכה אל סופה ובחזרה, פעם אחת. לפניכם שתי עקומות, I-II, המתאימות את מרחקו של כל שחיין מהקצה הראשון של הבריכה, לזמן השחייה שחלף, במהלך שחייה של פעם אחת מתחילת הבריכה אל סופה וחזרה.



- איזו עקומה, I או II, מתאימה לאבי, ואיזו עקומה מתאימה לבני? הסבירו.
- כמה זמן נח כל שחיין בקצה השני של הבריכה?
- כעבור כמה זמן, בערך, מתחילת השחייה נפגשו השחינים?
- האם בנקודת הפגישה שחו השחינים באותו כיוון או בכיוונים מנוגדים? הסבירו.
- בכמה שניות סיים אבי את שחייתו לפני בני?



6. הגרף שלפניך מתאר מהירות של מכונית בכל רגע, החל מהשעה  $8^{00}$  וכלה בשעה  $13^{00}$ .



עיין בגרף וענה על הסעיפים הבאים :

א. באיזו שעה הייתה מהירות המכונית הגדולה ביותר, ומה הייתה מהירות זו?

ב. באיזה פרק זמן המכונית עמדה?

ג. מה הייתה מהירות המכונית בשעה  $9^{00}$  ?

ד. באילו פרקי זמן הייתה מהירות המכונית במגמת עלייה?

7. הגרף הבא מתאר זמן ועלות של נסיעה מ-A ל-B של ארבעה אנשים במטוס וברכבת. נסיעה ברכבת זולה מנסיעה במטוס, אך אורכת זמן רב יותר.



- א. יוסי נסע ברכבת במחלקה ראשונה (היקרה ביותר). איזו נקודה בגרף מתארת את הזמן והעלות של נסיעתו? הסבר.
- ב. דינה טסה במחלקת תיירות (הזולה ביותר). איזו נקודה בגרף מתארת את הזמן והעלות של נסיעתה? הסבר.
- ג. איזה כרטיס הוא היקר ביותר? הסבר.
- ד. אילו שני כרטיסים עולים כמעט אותו מחיר? הסבר כיצד מצאת.
- ה. פנינה החליטה לנסוע באוטובוס (יותר איטי ויותר זול מרכבת). סמן נקודה שיכולה לתאר את זמן ועלות נסיעתה. הסבר.

## פתרונות:

1. (א) 20 ק"מ<sup>700</sup>, 15<sup>00</sup> (ג) פעמיים – 3 שעות ושעה (ד) 15 ק"מ<sup>35</sup>(ה)ק"מ
2. (א) במחנה הראשון – שעה, במחנה השני – 5 שעות (ב) 40 ק"מ(ג) 280 ק"מ(ד) 4 שעות (ה) שעתיים
3. (א) 700 ₪ (ב) 30 ₪ (ג) 20 ₪ (ד) 26.67₪
4. (א) מכל א – 32 ליטר, מכל ב – 64 ליטר(ב) מכל א – 15 דקות, מכל ב – 18 דקות (ג) במשך 12 דקות (ד) מכל א – 32 ליטרים יותר (ה) לאחר 22 דקות
5. (א) עקומה I (הקו המלא) מייצגת את אבי, ועקומה II (הקו המקווקו) את בני.  
(ב) אבי נח 10 שניות, ובני נח 20 שניות. (ג) כל מספר שלם בין 32 ל- 36.  
(ד) כיוונים מנוגדים (ה) 50 שניות
6. (א) בשעה 9<sup>30</sup>, 105 קמ"ש (ב) בין 11<sup>00</sup> ל- 12<sup>00</sup> (ג) 90 קמ"ש (ד) בין 8<sup>00</sup> ל- 9<sup>30</sup> ובין 12<sup>00</sup> ל- 13<sup>00</sup>
7. (א) נקודה 4: זמן הנסיעה ארוך יותר ומחיר יקר יותר. (ב) נקודה 1: זמן נסיעה קצר יותר, מחיר נמוך יותר. (ג) נקודה 2: הגבוהה ביותר מבחינת שיעור בציר ה-y. (כרטיס במחלקה ראשונה במטוס).  
(ד) נקודות 1 ו-4: מחלקה ראשונה ברכבת ומחלקת תיירים במטוס. נקודות 1 ו-4 נמצאות כמעט על אותו ישר אופקי שמציין מחיר. (ה) כל נקודה שנמצאת ימינה מנקודות 3 ו-4 (זמן הנסיעה ארוך) ונמוכה מנקודה 3 (זולה יותר מרכבת).