

חוברת הדרכה דיגיטלית במתמטיקה למסלול 12 שנ"ל

תשפ"א – 2020-2021

בנושא גאומטריה אנליטית - לתלמיד

יצירה: אידן שחם

תוכן עניינים:

1. מהי מערכת צירים ואיך מסמנים בה נקודות.....2
2. מרחקים.....5
3. מציאת נקודות עם ישרים המקבילים לצירים.....8
4. שטחי משולשים, מלבנים וריבועים.....10
5. עליה/ירידה של ישר.....16
6. מבחן ביניים.....18
7. אמצע קטע של ישר.....19
8. שיפוע הישר.....22
9. משוואת הישר.....25
10. תכונות מרובעים והוכחת מקבילית.....30
11. נקודת חיתוך של שני ישרים.....34
12. חיתוך של ישר עם הציירים.....38
13. שרטוט ישר.....40
14. התאמת גרף הישר למשוואתו האלגברית.....42
15. הפרבולה.....44
16. מבחן מסכם.....48

1. מהי מערכת צירים ואיך מסמנים בה נקודות?



רְנָה דְקָארט היה מתמטיקאי ופילוסוף צרפתי שחי במאה ה-17.
לפי הסיפור דקארט שכב חולה במיטה וראה עכביש נע על התקרה.
הוא תהה כיצד יוכל לתאר את תנועת העכביש.
דְקָארט מצא דרך לתאר את מקום העכביש בעזרת מערכת צירים.
הוא תיאר את מקום העכביש בעזרת המרחקים של הנקודה מקווי
הגבול של התקרה (ציר x וציר y).
היעזרו בשרטוט והציעו דרך לרשום את מקום העכביש.
נשתמש במערכת צירים לזיהוי מקומות ולתיאור חוקיות.

(מתמטיקה משולבת, מכון ויצמן)

כפי שניתן לראות, העכביש נמצא בנקודה שבה $X=3$, $Y=4$.

כמו כן, העכביש יכול לזוז לאן שבא לו ולהיות במיקום אחר.

במערכת הצירים נוהגים לסמן נקודה כך: (X,Y) –

שיעור ה- X משמאל, ושיעור ה- Y מימין.

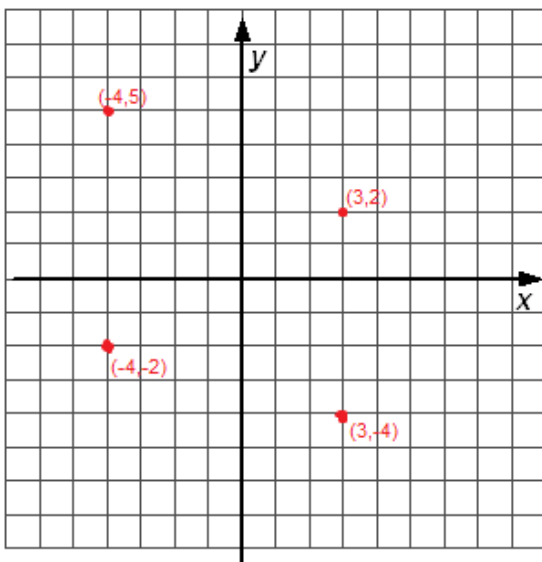
ולכן, אנו יודעים שהעכביש נמצא ב- $(3,4)$

למה דווקא X משמאל ו- Y מימין? כי כך הגדירו.

נתבונן בדוגמא הבאה:

במערכת צירים מסומנות נקודות שונות.

בדקו שאתם מבינים למה כל נקודה נמצאת איפה שהיא.

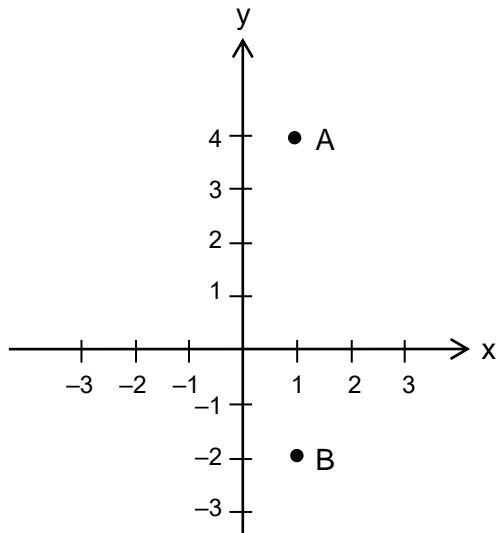


[סרטון 1](#)

[סרטון 2](#)

תרגול:

1. במערכת הצירים נתונות שתי נקודות A ו-B.



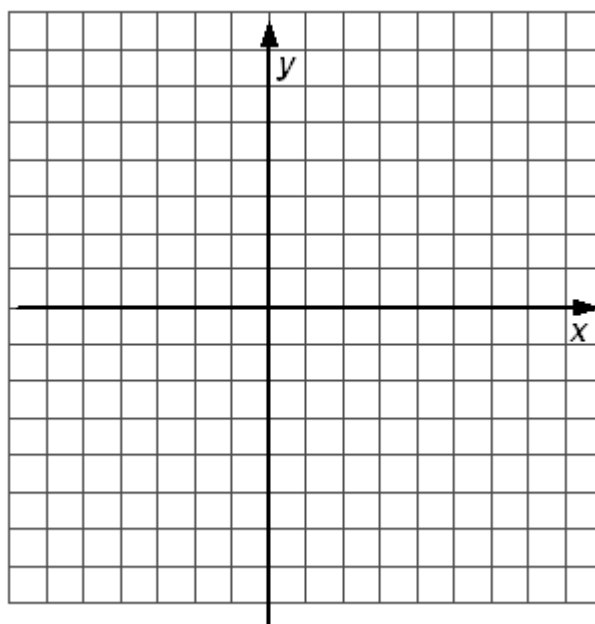
כתבו את שיעורי הנקודות A ו-B.

2. סמן את הנקודות הבאות במערכת הצירים:

A (0,0)

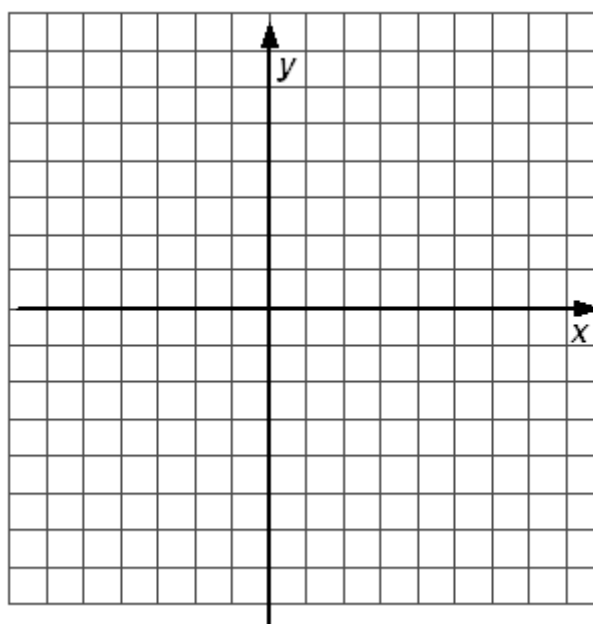
B (3, -3)

C (-6,0)



3.

קדקודי משולש ABC הם: $A(-3,0)$ $B(0,4)$ $C(2,0)$
סרטטו את המשולש על מערכת הצירים.



4. [תרגול נוסף](#)

2. מרחקים

הגדרת ישרים מקבילים: ישרים מקבילים אלו ישרים שלעולם לא ייפגשו!

א. מרחק המקביל לציר ה- X יחושב לפי שיעורי ה- X.

למשל:

נקודות A, B, D נמצאות על ישר המקביל לציר ה- X.

איך נחשב את קטע AD (המרחק מנקודה D עד A)?

$$5 - 3 = 2$$

למעשה, מנקודה D עד נקודה A הלכנו 2 צעדים, ולכן המרחק הוא 2!

איך נחשב את קטע AB (המרחק מנקודה B עד A)?

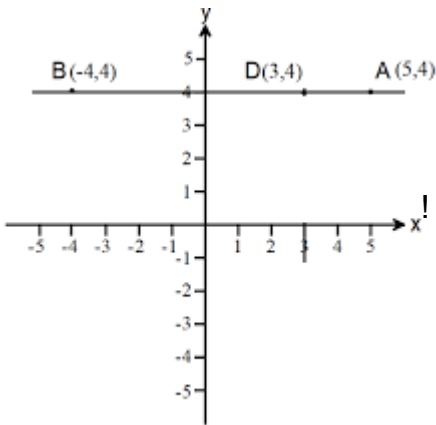
$$5 - (-4) = 9$$

למעשה, מנקודה B עד נקודה A הלכנו 9 צעדים, ולכן המרחק הוא 9!

איך נחשב את קטע BD (המרחק מנקודה B עד D)?

$$3 - (-4) = 7$$

למעשה, מנקודה B עד נקודה D הלכנו 7 צעדים, ולכן המרחק הוא 7!



ב. מרחק המקביל לציר ה- Y יחושב לפי שיעורי ה- Y.

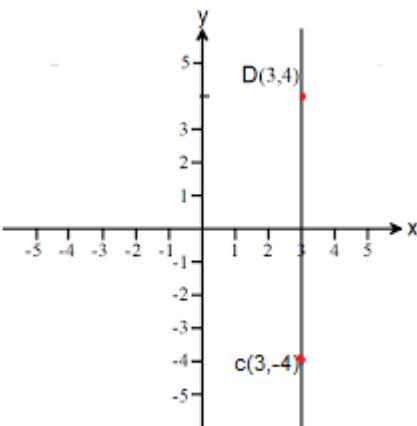
למשל:

נקודות C, D נמצאות על ישר המקביל לציר ה- Y.

איך נחשב את קטע CD (המרחק מנקודה C עד D)?

$$4 - (-4) = 8$$

למעשה, מנקודה C עד נקודה D הלכנו 8 צעדים, ולכן המרחק הוא 8!



ג. מרחק אלכסוני – (לא מקביל לצירים) יחושב לפי הנוסחה:

מרחק העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) , (x_2, y_2) יחושב:

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

למשל:

מהו המרחק בין A ל-B?

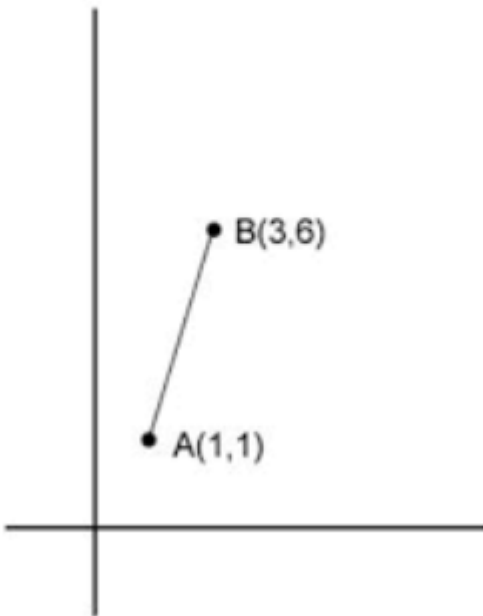
$$d = \sqrt{(3 - 1)^2 + (6 - 1)^2}$$

$$d = \sqrt{(2)^2 + (5)^2}$$

$$d = \sqrt{4 + 25}$$

$$d = \sqrt{29}$$

$$d = 5.38$$



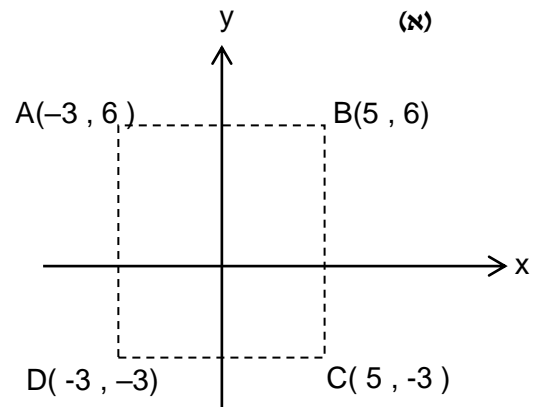
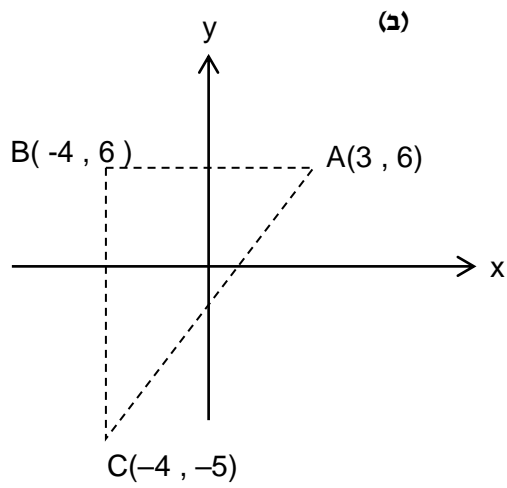
הערות:

- לא ניתן לחשב אורך אלכסוני בדרך אחרת!
- בבגרות חייבים לעשות את השורש במחשבון ולראות בדיוק כמה זה יוצא (יש להשאיר 2 ספרות אחרי הנקודה)
- ניתן לחשב מרחק של ישרים המקבילים לצירים גם באמצעות הנוסחה הנ"ל, אך אין צורך כפי שראיתם

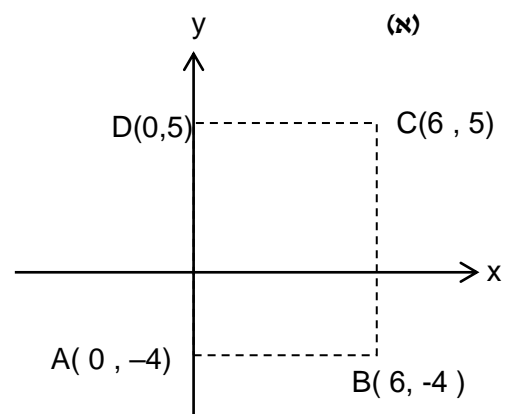
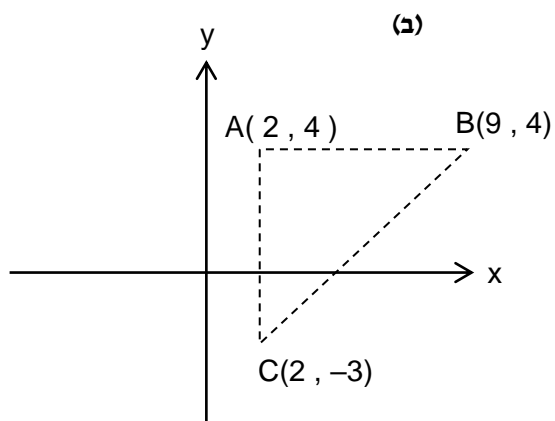
[סרטון 1](#) , [סרטון 2](#)

תרגול:

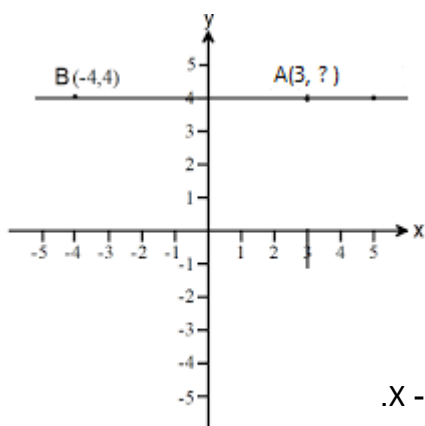
1. חשבו את אורכי הצלעות



2. חשבו את אורכי הצלעות



3. מציאת נקודות עם ישרים המקבילים לצירים



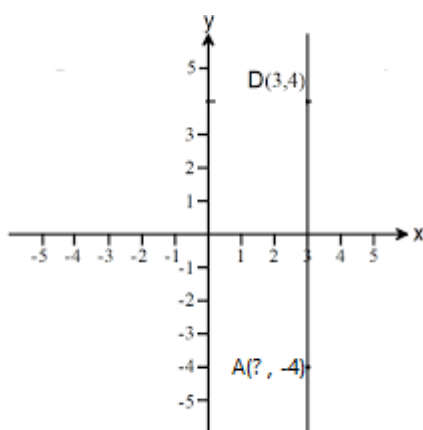
ישר המקביל לציר ה-X:

ניתן לראות בשרטוט משמאל ישר המקביל לציר X, ועליו הנקודות A, B.

שיעור ה-Y של נקודה B הוא 4,

ולכן שיעור ה-Y של נקודה A תהיה גם 4!

זאת מאחר והם באותו גובה ונמצאות על אותו ישר המקביל לציר ה-X.



ישר המקביל לציר ה-Y:

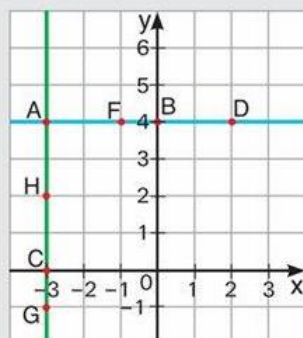
ניתן לראות בשרטוט משמאל ישר המקביל לציר Y, ועליו הנקודות A, D.

שיעור ה-X של נקודה D הוא 3,

ולכן שיעור ה-X של נקודה A תהיה גם 3!

זאת מאחר והנקודות נמצאות על אותו ישר המקביל לציר ה-Y.

הסבר נוסף מהספר "כותר":



לכל הנקודות על ישר המקביל לציר x יש אותו שיעור y.

דוגמה הישר AD מקביל לציר x.

שיעור ה-y של כל נקודה עליו הוא 4:

$A(-3, 4)$ $F(-1, 4)$ $B(0, 4)$ $D(2, 4)$

לכל הנקודות על ישר המקביל לציר y יש אותו שיעור x.

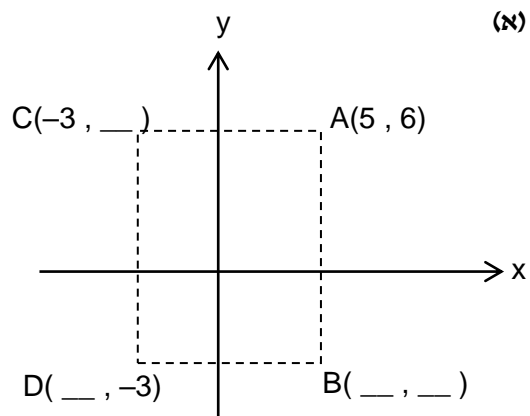
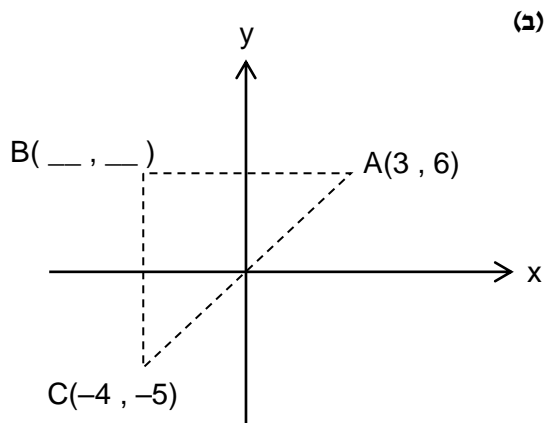
דוגמה הישר AG מקביל לציר y.

שיעור ה-x של כל נקודה עליו הוא -3:

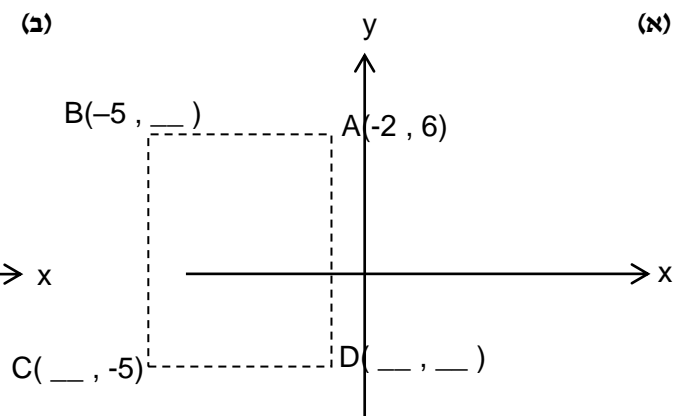
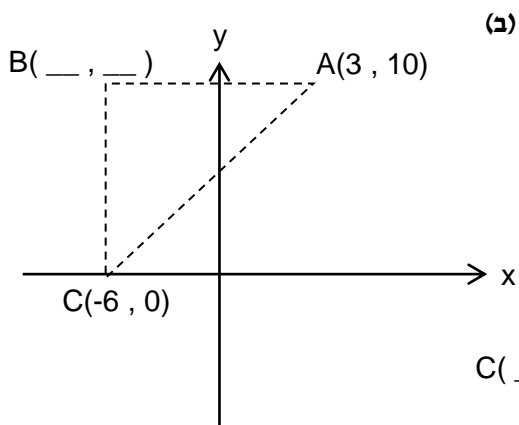
$A(-3, 4)$ $H(-3, 2)$ $C(-3, 0)$ $G(-3, -1)$

תרגול:

1. בכל סעיף השלימו את השיעורים של הקדקודים החסרים.

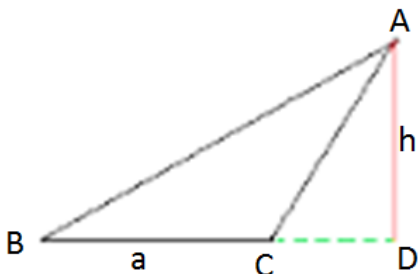


2. בכל סעיף השלימו את השיעורים של הקדקודים החסרים.



4. שטחי משולשים, מלבנים וריבועים

שטח משולש – גובה חיצוני

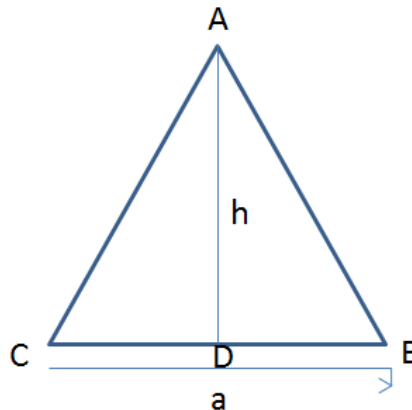


נתון: $BC=a$, $AD = h$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{a * h}{2}$$

$$S_{\Delta} = \frac{\text{גובה} * \text{צלע לגובה}}{2}$$

שטח משולש – גובה פנימי



נתון: $BC=a$, $AD = h$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{a * h}{2}$$

נוסחה כללית:

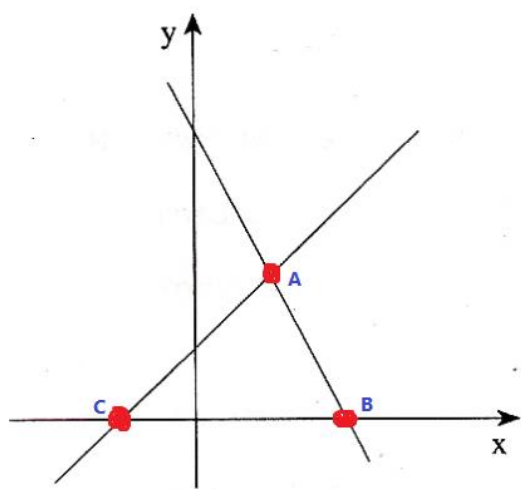
הערות:

1. **צלע לגובה** – יכולה להיות כל אחת מצלעות המשולש

2. **הגובה** – תמיד מאונך (ב - 90°) לצלע לגובה

אם הגובה לא נתון, עלינו לבנות אותו.

למשל:



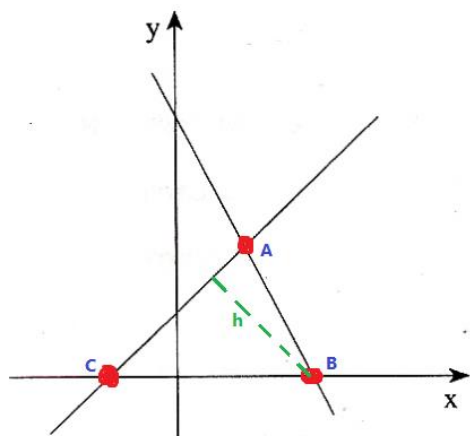
בשרטוט משמאל ניתן לראות את משולש ABC.
כדי לחשב את שטחו, נבנה גובה.

איפה נבנה את הגובה?

ניתן לבנות אותו מכל נקודה שנבחר במשולש.
נסמן באותו ב - h.

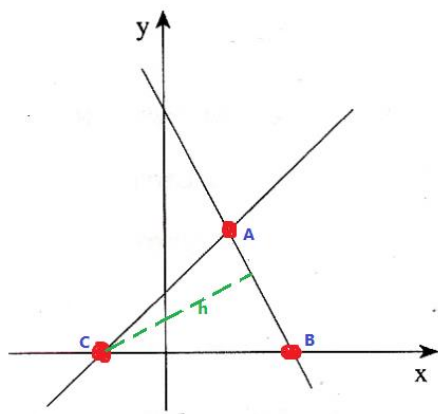
אפשרות 1:

ניתן לבנות גובה מנקודה B לצלע AC.
גובה = h , צלע לגובה = AC



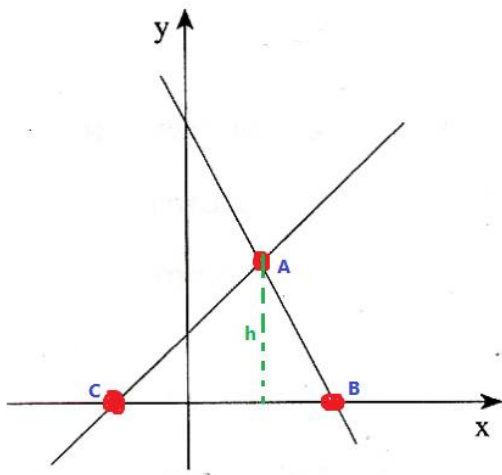
אפשרות 2:

ניתן לבנות גובה מנקודה C לצלע AB.
גובה = h , צלע לגובה = AB



סרטון 1

סרטון 2



אפשרות 3:

ניתן לבנות גובה מנקודה A לצלע BC.

גובה = h , צלע לגובה = BC

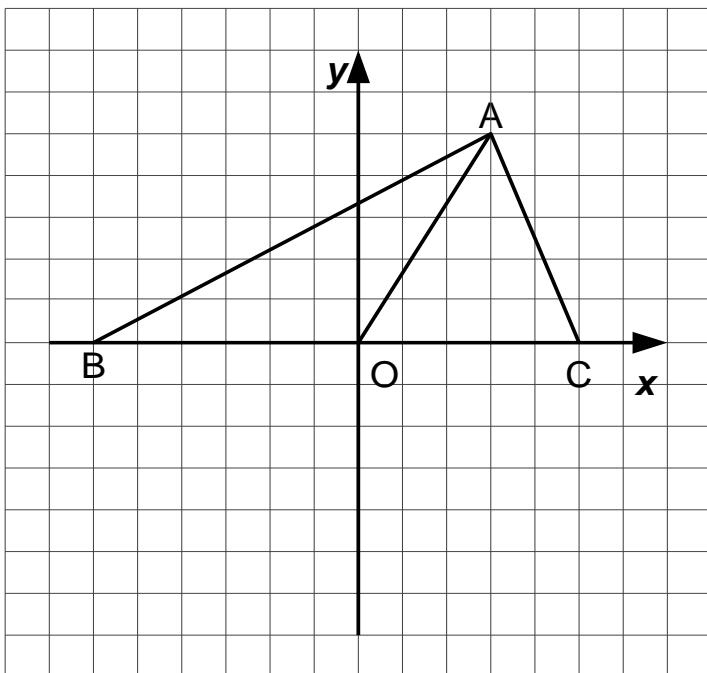
הערות:

1. ניתן לבנות את הגובה מכל קודקוד במשולש עד לצלע המשולש
2. נהוג לבנות את הגובה לפי אפשרות 3 מכיוון שהכי קל לחשב אותם, הרי הם ישרים המקבילים לצירים.
3. אם בכל זאת תנסו לבנות גובה לפי אפשרויות 1,2 יהיה לכם קשה לחשב

אותו

תרגול:

1. בשרטוט הנתון:



- מצאו את נקודות C, O, B, A בשרטוט הנתון
- חשב את שטח משולש ABC
- חשב את שטח משולש AOC
- חשב את שטח משולש ABO

7

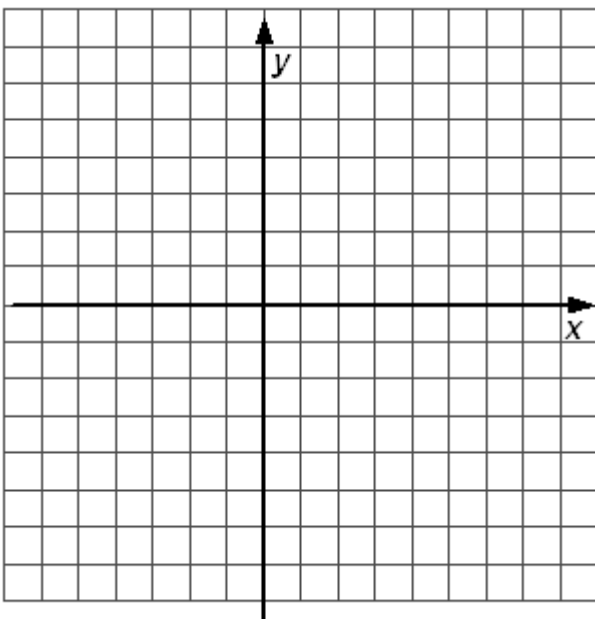
2. א. סמן את הנקודות הבאות במערכת הצירים:

A (0,0)

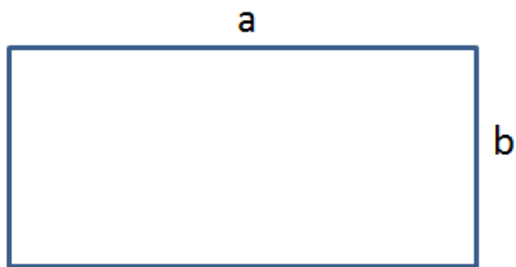
B (3, 3)

C (6,0)

- איזו צורה התקבלה?
- חשב את שטח הצורה שהתקבלה.

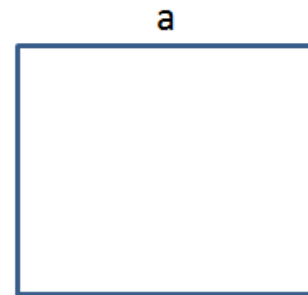


שטח מלבן



במלבן הצלעות הנגדיות שוות,
ולכן שטח המלבן הוא:
 $S_{\square} = a * b$

שטח ריבוע



בריבוע כל הצלעות שוות, ולכן
שטח הריבוע הוא:
 $S_{\square} = a * a = a^2$

נוסחה כללית:

$$S_{\Delta} = \text{גובה} * \text{צלע לגובה} =$$

הערות:

1. במלבן וריבוע – כל 2 צלעות סמוכות יכולות להיות הגובה והצלע לגובה.
2. בריבוע – חישוב השטח הוא כמו מלבן. מאחר וכל הצלעות שוות – נחשב את השטח לפי מכפלת צלע כלשהי של הריבוע בעצמה

[סרטון 1](#)

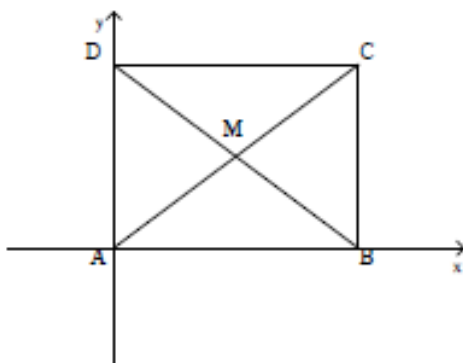
[סרטון 2](#)

[סרטון 3](#)

תרגול:

1.

- הם שלושה קדקודים של ריבוע. $(1,0)$, $(2,1)$, ו- $(1,1)$.
- א. סרטטו את הריבוע ומצאו את הקדקוד הרביעי. הסבירו כיצד מצאתם.
- ב. מה הוא שטח הריבוע?
- 2.

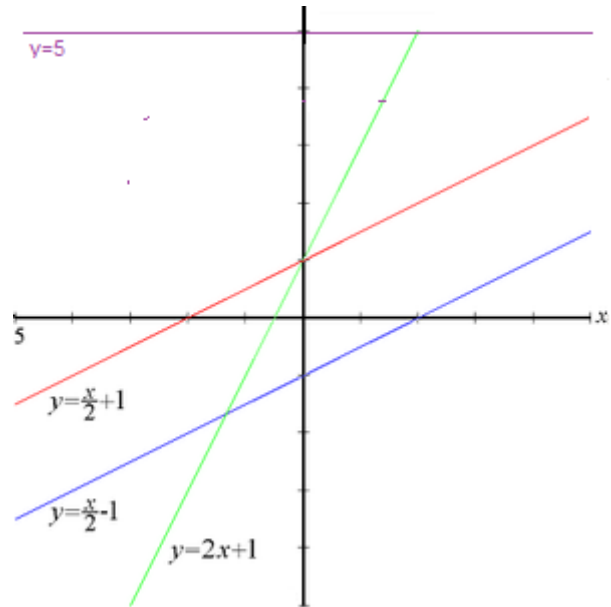


נתון מלבן שקדקודיו הם: $A(0,0)$, $B(4,0)$, $C(4,3)$, $D(0,3)$.
חשבו את שטח המלבן.

5. עליה/ירידה של ישר

כל ישר במערכת הצירים הוא עולה, יורד, או קבוע.

למשל:

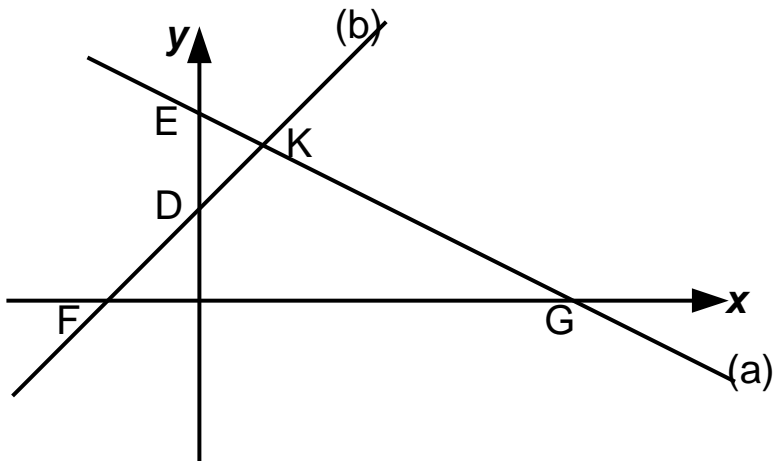


מאחר ומסתכלים על מערכת צירים משמאל לימין, ניתן לראות כי:

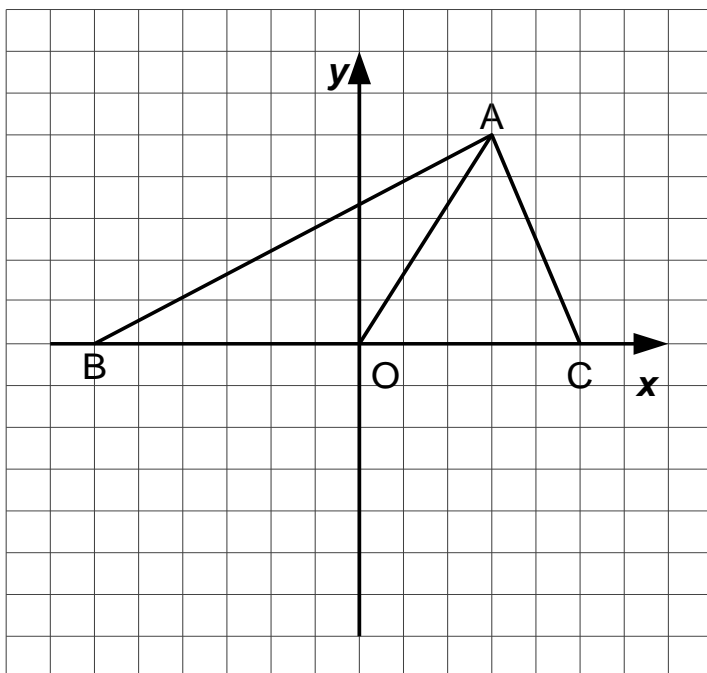
- א. כל הישרים עולים (פרט לסגול), ולכן השיפוע שלהם חיובי
- ב. הישר האדום והכחול מקבילים – ולכן השיפועים שלהם שווים. למעשה, כל ישרים מקבילים הם בעלי אותו שיפוע!
- ג. הישר הסגול הוא קבוע, ללא עלייה או ירידה

תרגול:

1. בשרטוט שלפניך 2 הישרים (a) ו (b).
קבע מי מבין הישרים הבאים הוא פונקציה עולה
ומי פונקציה יורדת. נמק את תשובתך.

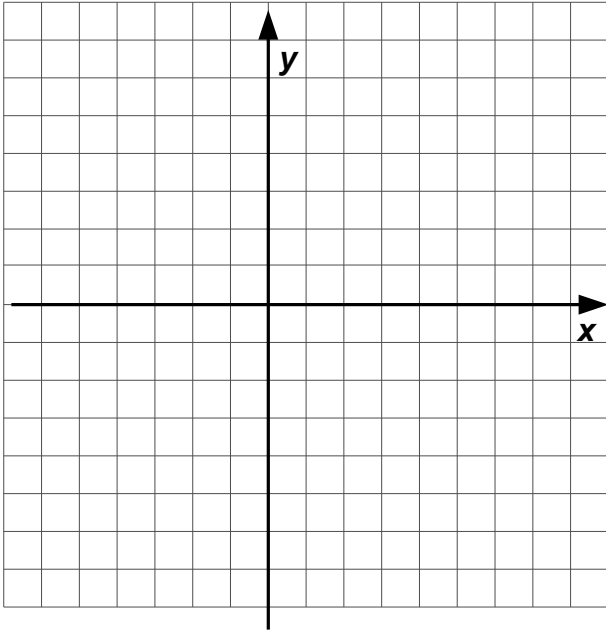


2. בשרטוט שלפניך 3 הישרים AC, AO, AB
קבע מי מבין הישרים הבאים עולה
ומי יורד. נמק את תשובתך.



6. מבחן ביניים

1. א. סמן במערכת הצירים את הנקודות הבאות:



A (2,2)

B (7,2)

C (7,4)

D(2,4)

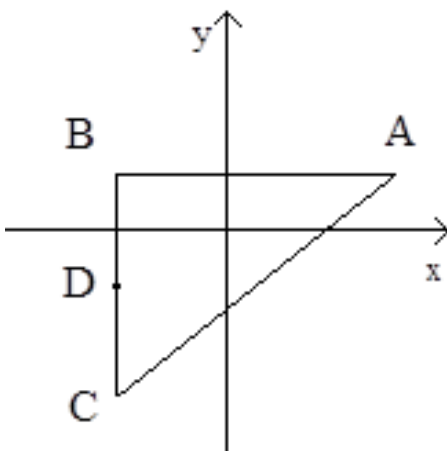
ב. איזו צורה קיבלת?

ג. חשב את שטח הצורה שהתקבלה.

2. הצלעות של מלבן ABCD מקבילות לצירים. נתונים הקדקודים: $A(8,10)$, $C(12,20)$.

א. רשום את שיעורי הקדקודים B ו-D.

ב. חשב את שטח המלבן.



3. הנקודות $A(3,1)$, $B(-2,1)$, $C(-2,-3)$ הן שלושה קדקודים של משולש.

א. חשב את שטח המשולש ABC.

נתונה הנקודה D(-2,-1)

ב. חשב את שטח המשולש ABD.

ג. חשב את שטח המשולש ACD.

7. אמצע קטע של ישר

בפרק 6 למדנו איך להסתכל על מערכת צירים ולקבוע:

האם הישר עולה או יורד?

בפרק הנוכחי נלמד איך למצוא את נקודת האמצע של ישר, כאשר הנקודות בקצה ידועות

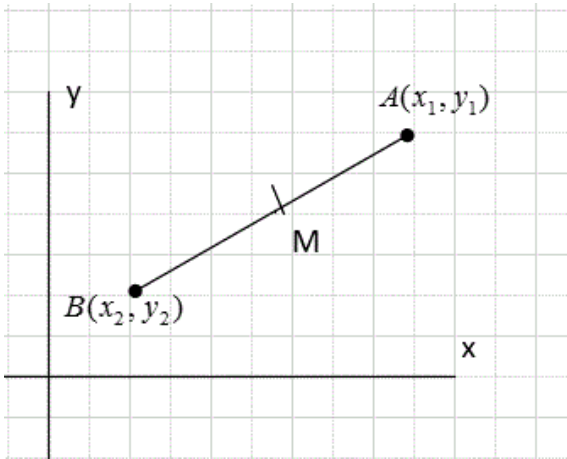
לנו.

הסבר:

נתונות הנקודות A, B הנמצאות בקצוות הישר, M במרכז.

על מנת שנמצא את M נפעיל את נוסחת אמצע הקטע:

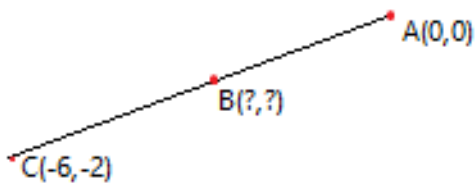
$$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2} \quad x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$$



לדוגמא:

נתונות הנקודות A, B, C בשרטוט, כאשר B אמצע הקטע AC.

עלינו למצוא את שיעורי הנקודה B באמצעות נוסחת אמצע קטע.



$$X_B = \frac{-6 \pm 0}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$Y_B = \frac{-2 \pm 0}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

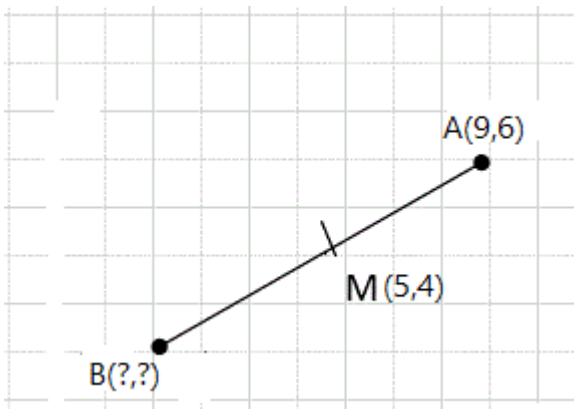
ולכן: B(-3,-1)

- הנוסחה תמיד תעבוד לפי ההסבר הנ"ל, גם אם עלינו לחשב את נקודת הקצה. בעמוד הבא ראו דוגמא על מציאת נקודת קצה

על ישר AB, הנקודה M היא אמצע הישר.

נתון: $A(9,6)$, $M(5,4)$. צריך למצוא את B

נשתמש בנוסחה בדיוק באותו אופן!



$$\frac{6 + Y_B}{2} = 4$$

$$6 + Y_B = 8$$

$$Y_B = 2$$

$$\frac{9 + X_B}{2} = 5$$

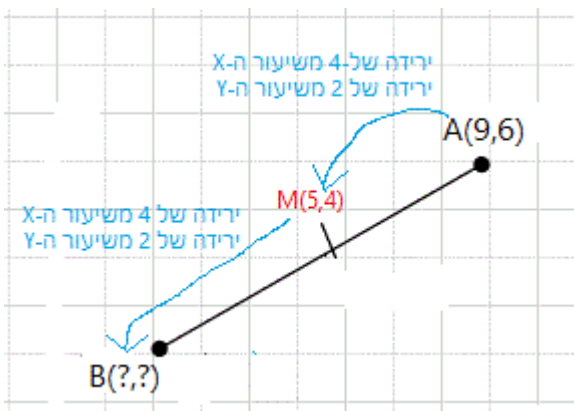
$$9 + X_B = 10$$

$$X_B = 1$$

ולכן: $B(1,2)$

דרך נוספת לחשב את אמצע הקטע או נקודת הקצה:

ניתן גם לחשב את נקודה B לפי הקפיצות בין שיעורי ה-X, ובין שיעורי ה-Y.



שיעור ה-X:

נשים לב שמנקודה A לנקודה M יש ירידה של 4, ולכן מנקודה M לנקודה B גם תהיה ירידה של 4.

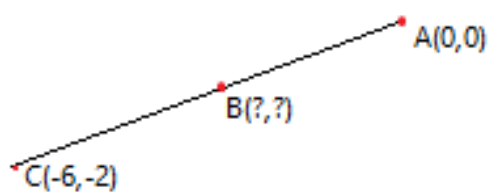
שיעור ה-Y:

נשים לב שמנקודה A לנקודה M יש ירידה של 2, ולכן מנקודה M לנקודה B גם תהיה ירידה של 2

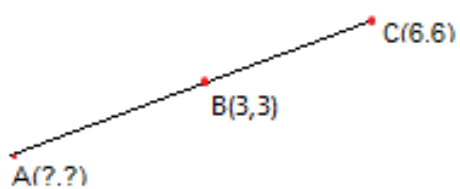
[סרטון 1](#)

[סרטון 2](#)

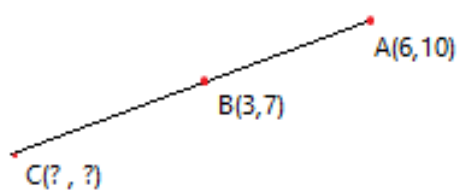
תרגול:



1. חשבו את נקודה B:



2. חשבו את נקודה A:



3. חשבו את נקודה C:

8. שיפוע הישר

בפרקים 6 למדנו איך ישר מתנהג ביחס למערכת הצירים (עולה/יורד).
בפרק הנוכחי נלמד מהו שיפוע של ישר.
לשיפוע יש קשר ישיר לעלייה או הירידה של הישר.
אם השיפוע חיובי – הישר עולה
אם השיפוע שלילי – הישר יורד

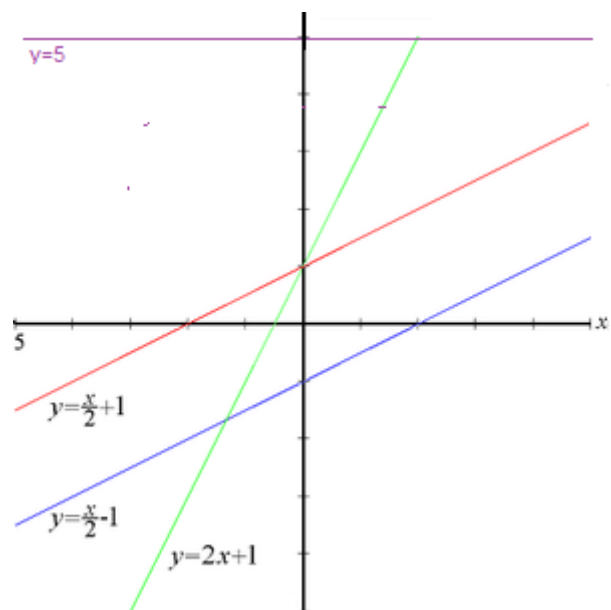
ראשית, דעו כי לכל ישר יש שיפוע.

השיפוע מתאר את עוצמת התלילות של הישר.

אם למשל אתם מטפסים על הר, ככל שהשיפוע גדול יותר – יהיה לכם יותר קשה לטפס עליו.

שיפוע יכול להיות שלילי, חיובי או 0.

למשל:



מאחר ומסתכלים על מערכת צירים משמאל לימין, ניתן לראות כי:

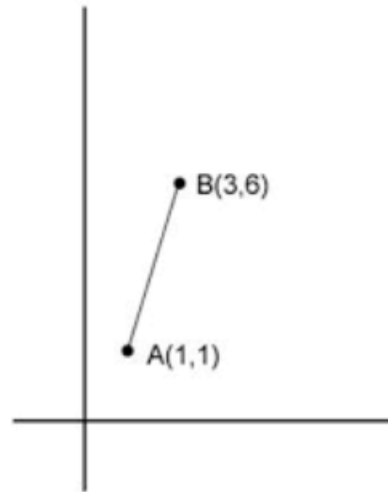
- כל הישרים עולים (למעט הסגול), ולכן השיפוע שלהם חיובי
- הישר האדום והכחול מקבילים – ולכן השיפועים שלהם שווים. למעשה, כל ישרים מקבילים הם בעלי אותו שיפוע!
- הישר הסגול הוא קבוע (לא עולה ולא יורד) ולכן שיפועו 0

הערה: המקדם של X במשוואת הישר - הוא שיפוע הישר!

איך מחשבים שיפוע? לפי 2 נקודות:

שיפוע m של ישר העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) , (x_2, y_2) הוא: $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

למשל:



$$m = \frac{6 - 1}{3 - 1} = \frac{5}{2} = 2.5$$

יכולנו גם לחשב כך:

$$m = \frac{1 - 6}{3 - 1} = \frac{-5}{-2} = 2.5$$

[סרטון 1](#)

[סרטון 2](#)

תרגול:

1. מצאו את השיפוע בין הנקודות $A(3,0)$, $B(5,2)$

2. מצאו את שיפוע הישר העובר דרך הנקודות: $C(5,5)$, $D(7,1)$

3. מצאו את השיפוע בין הנקודות: $A(5,1)$, $C(11,3)$

9 . משוואת הישר

לאחר שלמדנו למצוא שיפועי הישר – נלמד למצוא את משוואת הישר

נוסחה כללית של משוואת הישר:

$$y = mx + b$$

נוסחה כללית למציאת הישר:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

הסבר:

(x_1, y_1) – נקודה כלשהי על הישר

m = שיפוע הישר

הערות:

1. הנוסחה הסופית של משוואת הישר תיראה כך:

$$y = mx + b$$

המקדם של ה- x (כאשר משוואת הישר נראית כך) הוא תמיד שיפוע הישר

2. בנוסחה למציאת ישר - קיימים x, y שלא ניגע בהם. הם חלק ממשוואת הישר

דוגמא 1:

נתון ישר ששיפועו 5 והנקודה (-5,4) נמצאת עליו.
מצאו את משוואת הישר

פתרון:

נציב את הנתונים בנוסחה ונמצא את משוואת הישר:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = 5(x - (-4))$$

$$y - 4 = 5(x + 4)$$

$$y - 4 = 5x + 20$$

$$y = 5x + 24$$

מצאנו את משוואת הישר !

דוגמא 2:

נתון ישר עם 2 נקודות הנמצאות עליו:

הנקודה (1,2) והנקודה (5,10)

פתרון:

ראשית, אנו לא זקוקים ל-2 נקודות בנוסחת משוואת הישר. יחד עם זאת, מאחר ואין לנו את השיפוע – נחשב אותו תחילה

$$m = \frac{10 - 2}{5 - 1} = \frac{8}{4} = 2$$

כעת אנו יודעים ששיפוע הישר הוא 2.

נבחר אחת מהנקודות שעליו (לא משנה איזו) ונציב במשוואת הישר:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = 2(x - 1)$$

$$y - 2 = 2x - 2$$

$$y = 2x$$

מצאנו את משוואת הישר!

דוגמא 3:

נתון ישר שהנקודה (1,5) נמצאת עליו.

בנוסף, הישר מקביל לישר:

$$y = 3x + 4$$

מצאו את משוואת הישר

פתרון:

ראשית, לישרים מקבילים – שיפועים זהים.

לכן, השיפוע של שני הישרים הוא 3

נציב את הנתונים בנוסחה ונמצא את משוואת הישר:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 5 = 3(x - 1)$$

$$y - 5 = 3x - 3$$

$$y = 3x + 2$$

מצאנו את משוואת הישר!

שימו לב:

1. שיפוע הישר הוא המקדם של ה- x במשוואת הישר
2. שני ישרים מקבילים – בעלי שיפוע זהה
3. איך נוכיח שהישרים מקבילים? נוכיח שהם בעלי שיפוע זהה

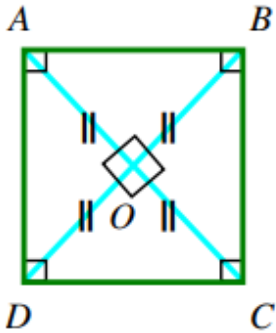
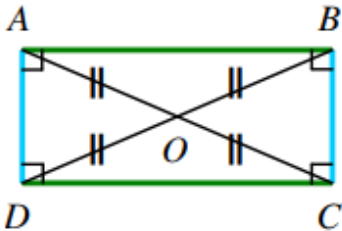
תרגול:

1. מצאו את משוואת הישר העובר בנקודה $(4,4)$ ושיפועו 1
2. מצאו את משוואת הישר העובר בנקודה $(1,-5)$ ושיפועו -2
3. מצאו את משוואת הישר העובר בנקודות $(0,0)$ ו $(4,12)$
4. מצאו את משוואת הישר העובר דרך הנקודה $(2,8)$ ומקביל לישר $y = 2x - 5$
5. הוכיחו שהישר שעובר דרך הנקודות $(6,10)$ ו $(2,2)$ מקביל לישר $y = 2x - 10$

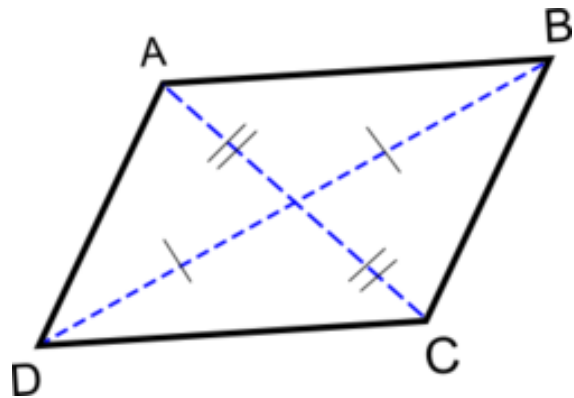
10. תכונות מרובעים והוכחת מקבילית

על מנת לפתור חלק מהתרגילים בגאומטריה אנליטית, נידרש לדעת את תכונות המלבן והריבוע.

מתוך האתר teachers.org.il:

| <p style="text-align: center;">ריבוע</p>  | <p style="text-align: center;">מלבן</p>  |
|---|---|
| <p>הגדרה: ריבוע הוא מרובע שהוא מקרה פרטי של מעוין (ישר זווית), או מקרה פרטי של מלבן (שווה צלעות).</p> | <p>הגדרה: מלבן הוא מרובע שהוא מקרה פרטי של מקבילית – כלומר מקבילית ישרת זווית.</p> |
| <p>תכונות:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. בריבוע כל זוג צלעות נגדיות מקבילות זו לזו. 2. בריבוע כל הצלעות שוות באורך. 3. בריבוע כל הזוויות הן זוויות ישרות. 4. בריבוע האלכסונים חוצים זה את זה. 5. בריבוע האלכסונים שווים זה לזה. 6. בריבוע האלכסונים מאונכים זה לזה. 7. בריבוע האלכסונים חוצים את הזוויות. | <p>תכונות:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. במלבן כל זוג צלעות נגדיות מקבילות זו לזו. 2. במלבן כל זוג צלעות נגדיות שוות זו לזו. 3. במלבן כל הזוויות הן זוויות ישרות. 4. במלבן האלכסונים חוצים זה את זה. 5. במלבן האלכסונים שווים זה לזה. |

מקבילית



הגדרה: מרובע בעל שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות – הוא מקבילית

תכונות:

1. במקבילית כל זוג צלעות נגדיות - מקבילות
2. במקבילית כל זוג צלעות נגדיות – שוות
3. במקבילית כל זוג זוויות נגדיות – שוות
4. במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה

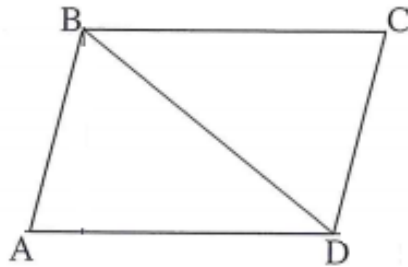
איך כל זה משמש אותנו?

- להוכיח שמרובע כלשהו הוא מקבילית – מספיק להוכיח שתנאי אחד (מתנאים 1-4) מתקיים. בשאלון 12 שני"ל נוכיח לפי תנאי 1.
- למציאת נקודת מפגש האלכסונים (לפי משפט אמצע קטע שנלמד בהמשך)
- לחשב שיפועים עבור ישרים מקבילים (נלמד בהמשך).
- להיכרות עם תכונות מרובעים מרכזיים לנושאים שונים (למשל טריגונומטריה).

[סרטון 1](#) [סרטון 2](#)

דוגמא (לנקודה הראשונה):

קדקודי מרובע ABCD הם: $A(0,0)$, $B(1,3)$, $C(5,4)$, $D(4,1)$.



הראו שהמרובע הוא מקבילית.

פתרון:

אם נראה שני זוגות של ישרים מקבילים – נוכיח שזו מקבילית.

נחשב שיפועים:

$$m_{AB} = \frac{3 - 0}{1 - 0} = 3$$

$$m_{BC} = \frac{4 - 3}{5 - 1} = \frac{1}{4}$$

$$m_{CD} = \frac{4 - 1}{5 - 4} = \frac{3}{1} = 3$$

$$m_{AD} = \frac{1 - 0}{4 - 0} = \frac{1}{4}$$

מסקנות:

1. הישרים AB, CD מקבילים מכיוון שהם בעלי שיפוע זהה
2. הישרים AD, BC מקבילים מכיוון שהם בעלי שיפוע זהה
3. המרובע ABCD הוא מקבילית מכיוון שיש לו 2 זוגות של צלעות נגדיות מקבילות

תרגול:

1. קודקודי מרובע הם: $A(2,0)$, $B(4,8)$, $C(1,9)$, $D(-1,1)$

א. הוכיחו שהצלעות AB , CD מקבילות

ב. הוכיחו שהצלעות BC , AD מקבילות

ג. הוכיחו שהמרובע הוא מקבילית

2. קודקודי מרובע הם: $A(6,1)$, $B(5,0)$, $C(6,6)$, $D(0,0)$

האם $ABCD$ מקבילית?

11. נקודת חיתוך של שני ישרים

הסבר מקדים לקראת הפרקים הבאים – איך למצוא נקודות על הישר?

א. אם נתון לנו שיעור ה- X של ישר נתון, תמיד נוכל למצוא את שיעור ה- Y .

למשל:

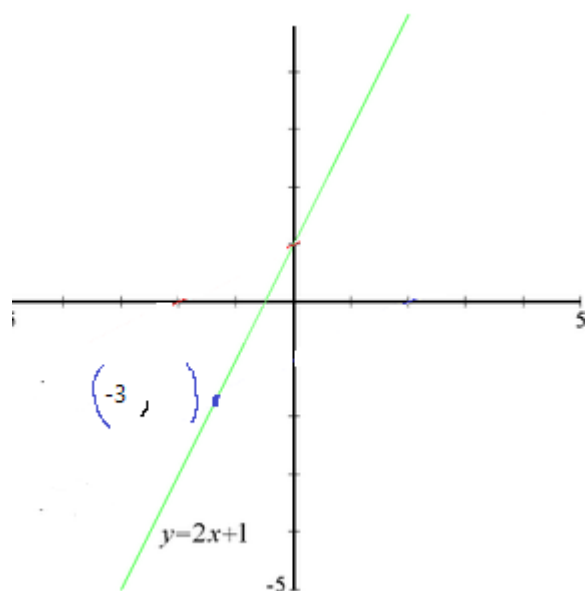
נתון ששיעור ה- X שווה -3

איך נמצא את שיעור ה- Y ? נציב במשוואה!

$$y = 2x + 1$$

$$y = 2 * (-3) + 1$$

$$y = -5$$



ב. אם נתון לנו שיעור ה- Y של ישר נתון, תמיד נוכל למצוא את שיעור ה- X .

נתון ששיעור ה- Y שווה -3

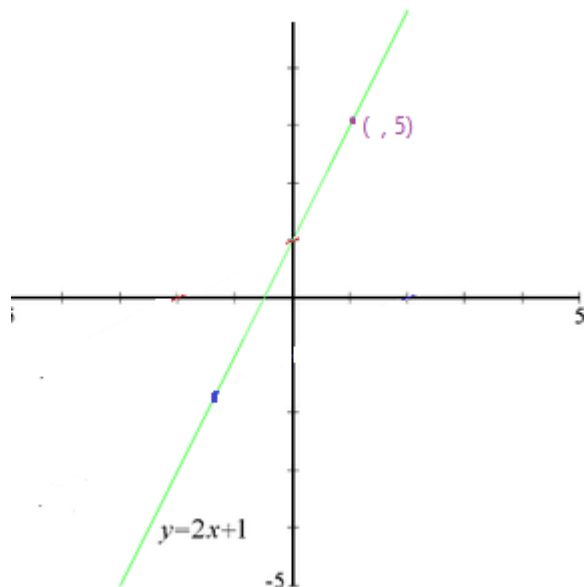
איך נמצא את שיעור ה- X ? נציב במשוואה!

$$y = 2x + 1$$

$$5 = 2x + 1$$

$$4 = 2x$$

$$x = 2$$



הערות:

- אם נציב את שיעור ה- X של נקודה הנמצאת מחוץ לישר – זה לא יעזור לנו למצוא את שיעור ה- Y של אותה נקודה.
- רק אם הנקודה נמצאת על הישר – ניתן למצוא אותה באמצעות משוואת הישר

על מנת למצוא נקודת חיתוך של שני ישרים – נשווה את המשוואות שלהם.

למשל:

א. נקודת החיתוך של הישר הירוק עם הישר האדום:

$$2x + 1 = \frac{x}{2} + 1$$

$$4x + 2 = x + 2$$

$$3x = 0$$

$$x = 0$$

מצאנו ששיעור ה- X של נקודת החיתוך הוא 0.

איך נמצא את שיעור ה- Y ?

כפי שכבר ראינו – נציב את שיעור ה- X באחת המשוואות.

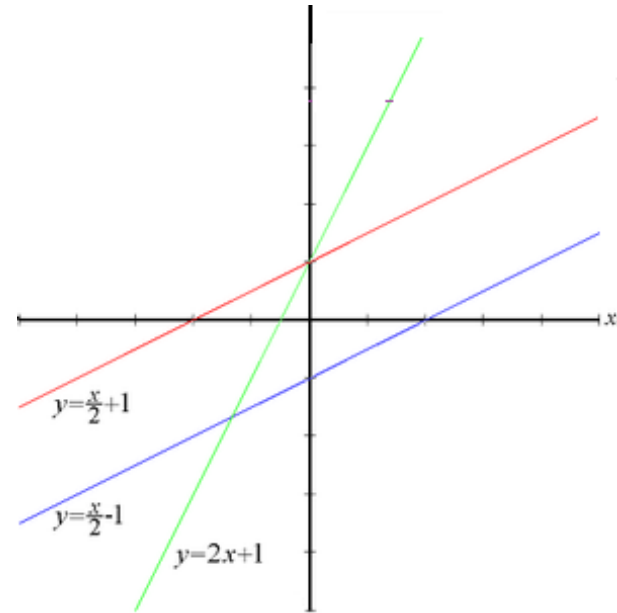
$$y = 2x + 1$$

$$y = 2 * 0 + 1$$

$$y = 1$$

מצאנו שהחיתוך של הישר הירוק עם הישר האדום הוא: $X=0, Y=1$.

נכתוב את הנקודה כך: $(0, 1)$



ב. נקודת החיתוך של הישר הירוק עם הישר הסגול:

$$2x + 1 = 5$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

מצאנו ששיעור ה- X של נקודת החיתוך הוא 2.

איך נמצא את שיעור ה- Y ?

כפי שכבר ראינו – נציב את שיעור ה- X באחת המשוואות.

$$y = 2x + 1$$

$$y = 2 * 2 + 1$$

$$y = 5$$

מצאנו שהחיתוך של הישר הירוק עם הישר הסגול הוא: $X=2, Y=5$.

נכתוב את הנקודה כך: $(2,5)$

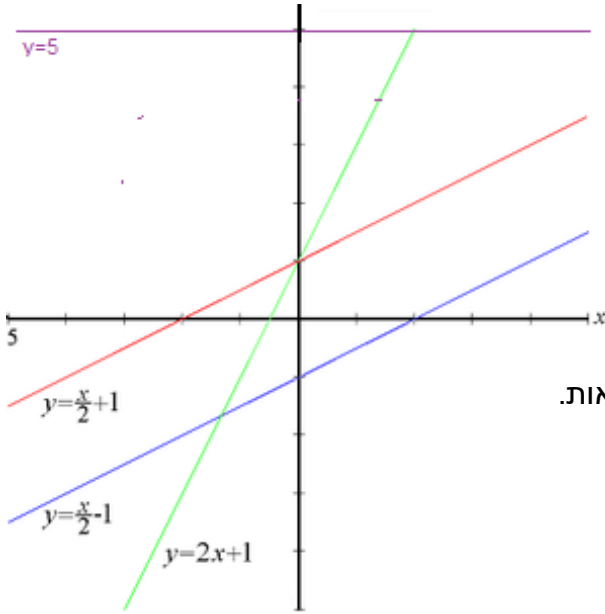
שימו לב:

ידענו מראש ששיעור ה- Y הוא 5, מאחר וכל הנקודות על הישר $Y=5$ בעלי שיעור Y זהה

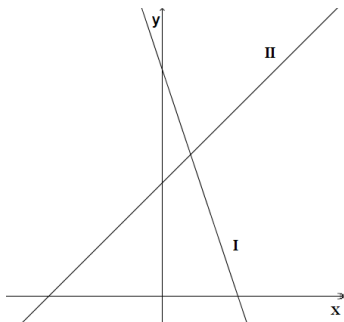
הערה:

- כשאנחנו משווים את משוואות הישרים – נקבל רק את שיעור ה- X של נקודת החיתוך.

סרטון 1



תרגול:



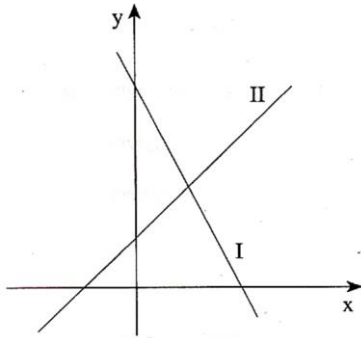
1. לפניך סרטוט של שני ישרים, I ו-II.

נתונות שתי משוואות (1) ו-(2):

$$(1) \quad y = -3x + 6$$

$$(2) \quad y = x + 2$$

מצא את נקודת חיתוך הישרים



2. לפניך שרטוט של שני ישרים, I ו-II.

$$(1) \quad y = x + 2 \quad (2) \quad y = -2x + 8$$

מצא את נקודת חיתוך הישרים

12. חיתוך של ישר עם הצירים

חיתוך עם ציר X:

כדי למצוא את החיתוך של ישר עם ציר X, עלינו להציב $y=0$ במשוואת הישר.

למה?

כי $y=0$ תמיד בכל הנקודות הנמצאות על ציר ה- X !

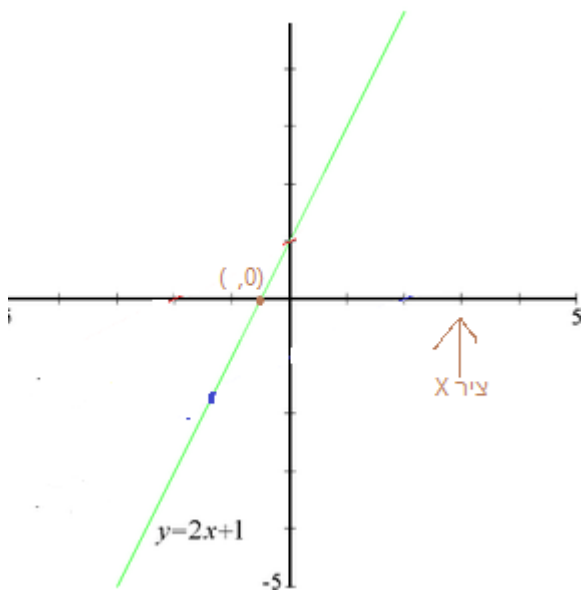
למשל:

$$y = 2x + 1$$

$$0 = 2x + 1$$

$$-2x = 1$$

$$x = -\frac{1}{2}$$



חיתוך עם ציר Y:

כדי למצוא את החיתוך של ישר עם ציר Y, עלינו להציב $X=0$ במשוואת הישר.

למה?

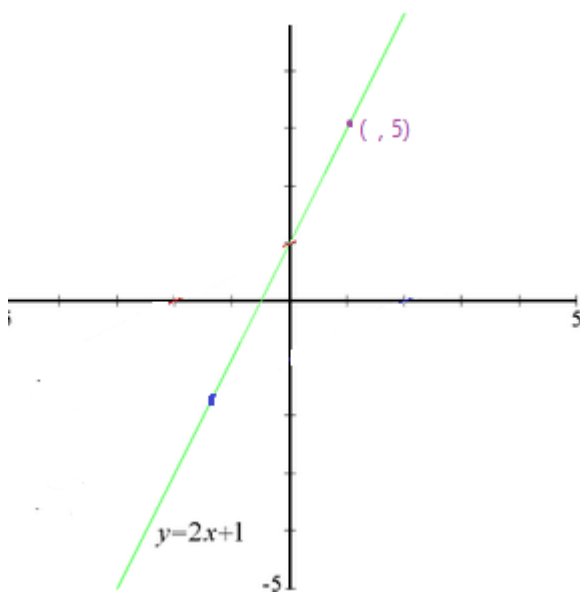
כי $X=0$ תמיד בכל הנקודות הנמצאות על ציר ה- Y !

למשל:

$$y = 2x + 1$$

$$y = 2 * 0 + 1$$

$$y = 1$$



[סרטון 1](#)

[סרטון 2](#)

תרגול:

מצאו את החיתוך של הישרים הבאים עם הצירים:

1. הישר: $y = x$,

2. הישר: $y = 2x - 4$,

3. הישר: $y = -5 + x$

4. הישר: $y = 8x - 4$

13. שרטוט ישר

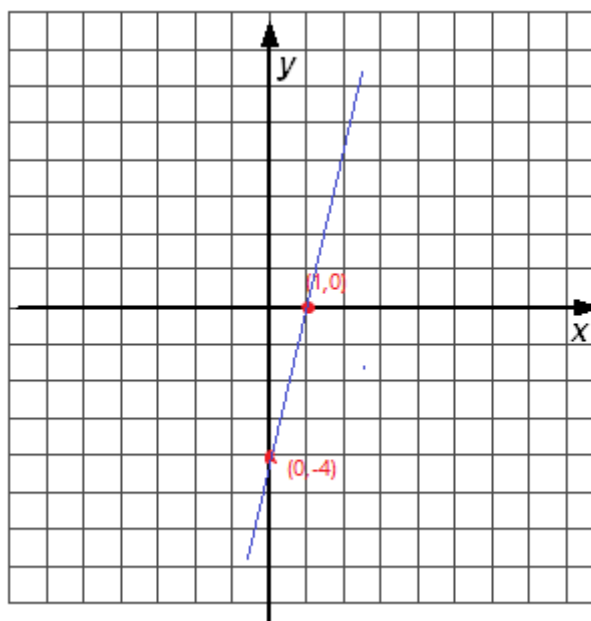
בזכות הכלים שרכשנו עד כה, נוכל לשרטט כל ישר שנרצה.

אם נתון לנו הישר: $y = 4x - 4$ - איך לדעתכם הוא ייראה?

הדרך הפשוטה ביותר היא לבדוק את נקודות החיתוך שלו עם הצירים ולהעביר קו בין 2 נקודות אלו.

נקודות החיתוך שלו עם הצירים: $(0, -4)$, $(1, 0)$.

נמקם נקודות אלו במערכת צירים, ואז נעביר ביניהן קו ישר.



בהנחה ונקודות החיתוך עם הצירים לא מספיקות לנו – תמיד נוכל למצוא נקודות אחרות.

למשל, עבור הישר: $y = 4x - 4$

נבנה טבלה:

| Y | X |
|----|----|
| -8 | -1 |
| 4 | 2 |
| 8 | 3 |

וכעת, מספיק שנמקם 2 מהנקודות במערכת צירים, ונמתח ביניהן קו ישר.

כמובן שהקו הישר שנשרטט יהיה זהה לישר שכבר שרטטנו.

[סרטון 1](#) [סרטון 2](#)

תרגול:

1. עבור הישר: $y = -x + 10$

- א. מה הן נקודות החיתוך של הישר עם הצירים?
ב. שרטט במערכת צירים את הישר.

2. נתון הישר: $y = -x + 8$

- א. מה הן נקודות החיתוך של הישר עם הצירים?
ב. שרטט במערכת צירים את הישר.

14. התאמת גרף הישר למשוואתו האלגברית

באמצעות הכלים שרכשנו עד כה, ניתן לקשר בין הישר המשורטט לייצוגו האלגברי.
לרשותנו הכלים הבאים:

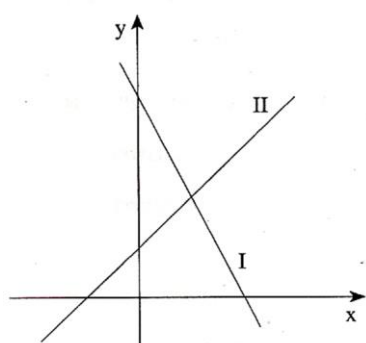
1. עליה/ירידה של ישר באמצעות שיפוע (פרקים 6,8) –

ניתן לקשר בין הגרף לייצוגו האלגברי רק באמצעות שיפועו ומה שאנחנו רואים בשרטוט !

תזכורת: מסתכלים על מערכת צירים משמאל לימין

תזכורת נוספת: שיפועי הישר הוא המקדם של ה- X

דוגמא:



לפניך שרטוט של שני ישרים, I ו-II.

$$(1) \quad y = x + 2 \quad (2) \quad y = -2x + 8$$

ניתן לראות שישר כמספר (1) מתאים לישר II בשרטוט.

זאת מאחר ושיפוע הישר (1) הוא 1, ולכן הוא עולה.

ניתן לראות שישר מספר (2) מתאים לישר I בשרטוט.

זאת מאחר ושיפועו הוא -2 ולכן הוא יורד.

2. חיתוך של ישר עם הצירים (פרק 10) –

נוכל תמיד למצוא את נקודות החיתוך עם הצירים, ולדעת באיזה ישר מדובר.

דוגמא:

לפניך שרטוט של שני ישרים, I ו-II.

$$(1) \quad y = x + 2 \quad (2) \quad y = -2x + 8$$

נקודות חיתוך ישר (1) עם הצירים: (0,2), (-2,0)

נקודות חיתוך ישר (2) עם הצירים: (0,8), (4,0)

לפי חיתוך עם ציר Y: ניתן לראות ש- (0,8) נמצא מימין ל- (0,2),

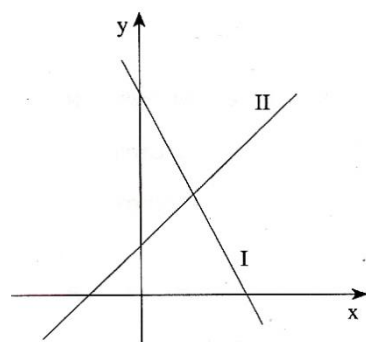
ולכן ישר (2) עם הנקודה (0,8) -

מתאים לגרף I עם נקודת החיתוך הימנית יותר עם ציר X

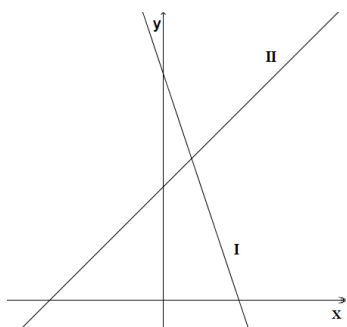
לפי חיתוך עם ציר X: ניתן לראות ש- (-2,0) נמצא מתחת ל- (4,0),

ולכן ישר (1) עם הנקודה (-2,0) -

מתאים לגרף II עם נקודת החיתוך הנמוכה יותר עם ציר X



תרגול:



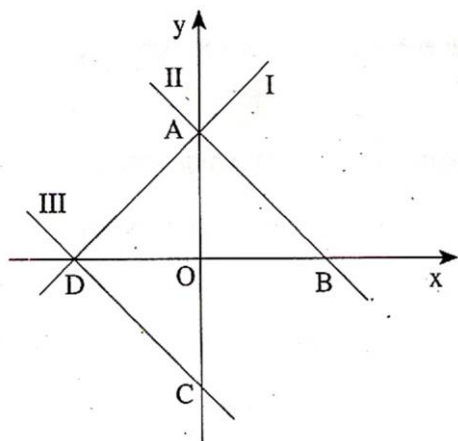
1. לפניך סרטוט של שני ישרים, I ו-II.

נתונות שתי משוואות (1) ו-(2):

$$(1) \quad y = -3x + 6$$

$$(2) \quad y = x + 3$$

לכל אחד מן הישרים I ו-II, מצא את המשוואה המתאימה מבין המשוואות (1) ו-(2). נמק את תשובתך.



2. לפניך סרטוט של שלושה ישרים I, II, III.

נתונות שלוש משוואות, (1), (2), ו-(3):

$$(1) \quad y = -x + 2 \quad (2) \quad y = x + 2 \quad (3) \quad y = -x - 2$$

התאם כל אחת מן המשוואות, (1), (2), (3),

לישר אחד מבין הישרים I, II, III.

נמק את תשובתך.

15. הפרבולה

בחוברת משוואות למדנו לפתור משוואה ריבועית, כעת נלמד את המשמעות הגרפית.

דוגמא 1

$$X^2 + X - 6 = 0$$

ראשית, נפתור:

$$a = 1$$

$$b = 1$$

$$c = -6$$

$$X_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 * 1 * (-6)}}{2 * 1}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$= \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$= \frac{-1 - 5}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$= \frac{-1 + 5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

אז מה המשמעות הגרפית של פתרונות אלו?

אגף שמאל של המשוואה זו הפונקציה:

$$y = X^2 + X - 6$$

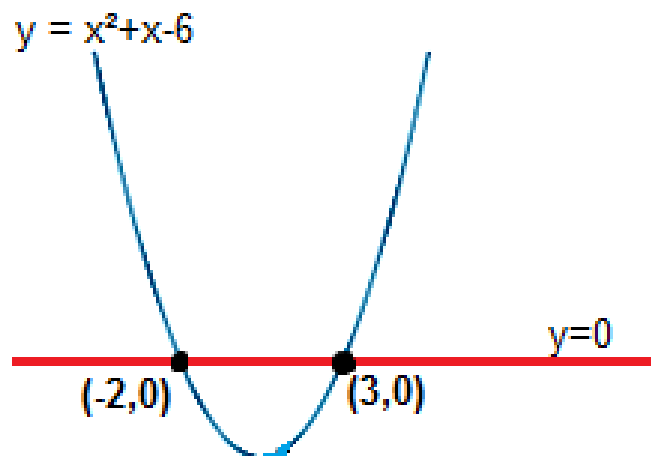
אגף ימין של המשוואה זו הפונקציה:

$$y = 0$$

השוואה בין הפונקציות תניב את נקודות החיתוך שלהן.

שימו לב: על ידי השוואת הפונקציות נמצא את שיעורי ה- X של נקודות החיתוך,

כאשר שיעורי ה- y תמיד יהיו 0.



$$2X^2 - 4X + 2 = 0$$

פתרון המשוואה הוא: 1

השאלה היא – מה המשמעות הגרפית של פתרון זה?

אגף שמאל של המשוואה זו הפונקציה:

$$y = 2X^2 - 4X + 2$$

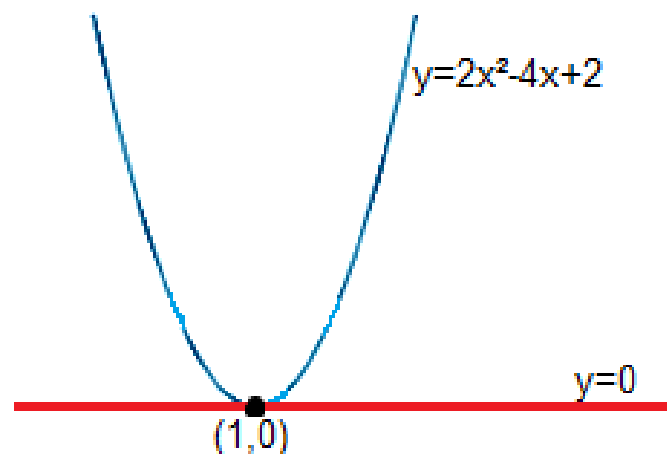
אגף ימין של המשוואה זו הפונקציה:

$$y = 0$$

השוואה בין הפונקציות תניב את נקודת החיתוך שלהן.

שימו לב: על ידי השוואת הפונקציות נמצא את שיעורי ה- X של נקודות החיתוך,

כאשר שיעורי ה- y תמיד יהיו 0.



חשוב לציין: הפונקציה $y=0$ היא ציר ה- X.

כאשר מבקשים את נקודות החיתוך בין הפרבולה לציר ה- X,

אנו נדרשים להשוות אותה ל-0, כפי שעשינו בשתי הדוגמאות הנ"ל.

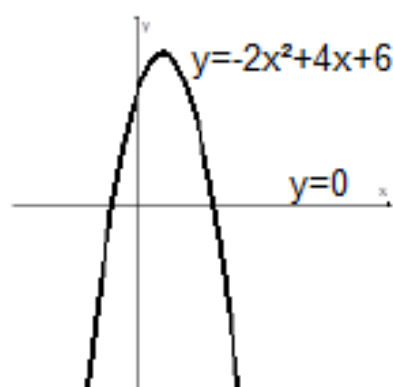
סרטון הסבר

תרגול:

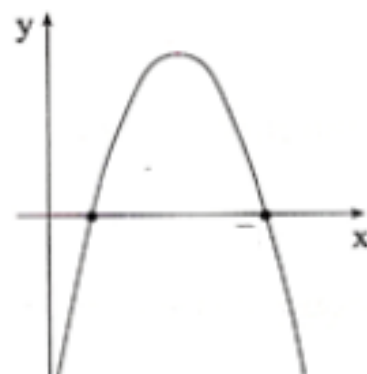
מצאו את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x

תזכורת: משוואת ציר ה- x היא $y=0$

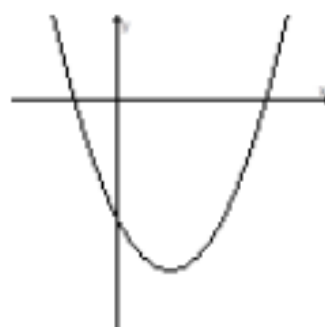
1. $0 = -2x^2 + 4x + 6$



2. $0 = -x^2 + 6x - 5$



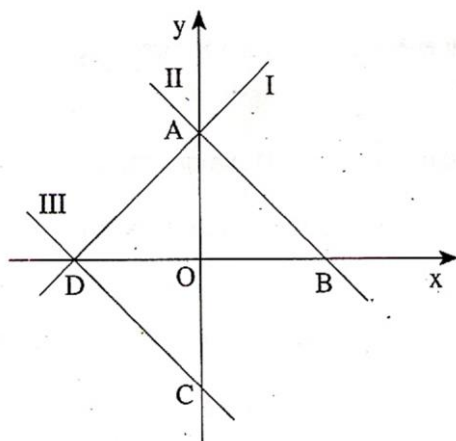
3. $y = x^2 - 5x - 14$
 $y = 0$



16. מבחן מסכם

1. א. מצא את משוואת הישר, העובר דרך הנקודה $B(0,8)$ ושיפועו -1 .
 ב. מה הן נקודות החיתוך של הישר עם הצירים?
 ג. שרטט במערכת צירים את הישר.
 ד. חשב את שטח המשולש שהישר יוצר עם הצירים.

2. קדקודי מרובע ABCD הם: $A(8,6)$, $B(12,4)$, $C(11,1)$, $D(5,4)$.
 a. הוכח כי $CD \parallel AB$.
 b. האם המרובע ABCD הוא מקבילית? נמק.



3. לפניך שרטוט של שלושה ישרים I, II, III. נתונות שלוש משוואות, (1), (2), ו-(3):
 (1) $y = -x + 2$ (2) $y = x + 2$ (3) $y = -x - 2$
 א. התאם כל אחת מן המשוואות, (1), (2), (3), לישר אחד מבין הישרים I, II, III. נמק את תשובתך.
 ב. מצא את שיעורי הנקודות A, B, C, D. המסומנות בשרטוט.
 ג. מצא את משוואת הישר BC.
 ד. מצא את שטח המשולש AOB.

4

א. פתור את המשוואה: $x - 7 = 5$

ב. נתון הישר $y = x - 7$. מצא את נקודות החיתוך שלו עם הצירים ושרטט אותו.

ג. נתון הישר $y = 5$. שרטט אותו במערכת הצירים של הישר.

5.

א. פתור את המשוואה: $-2x + 4 = 0$

ב. נתון הישר $y = -2x + 4$.

מצא את נקודת החיתוך שלו עם ציר y , ושרטט אותו במערכת צירים

ג. מצא את נקודת החיתוך של הישר עם ציר x

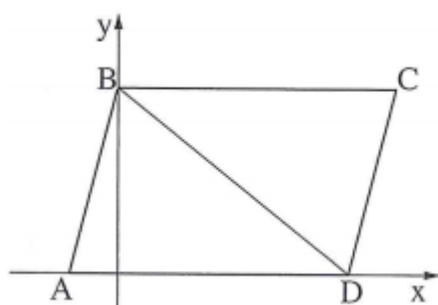
6. לפניך מקבילית ABCD. צלע AD נמצאת על ציר ה- x , ומקבילה לצלע BC. נקודה B נמצאת על ציר Y . נתון:

$A(-1,0)$, $D(7,0)$, $C(8,5)$

א. חשב את אורך הצלע AD

ב. מצא את נקודה B

ג. מצא את משוואת הישר של צלע AB



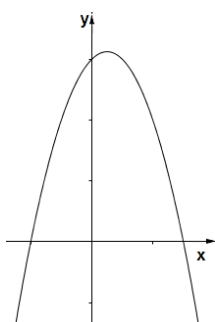
7. נתונה הפונקציה: $y = -x^2 + x + 6$.

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .

ב. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .

ג. מהו המרחק בין הנקודה המשותפת לגרף הפונקציה ולציר ה- y לבין

ראשית הצירים?



8. נתונה הפונקציה: $y = x^2 + 6x + 9$.

א. מצא את הנקודה המשותפת לגרף הפונקציה ולציר ה- x .

ב. מצא את הנקודה המשותפת לגרף הפונקציה ולציר ה- y .

ג. מהו המרחק בין הנקודה המשותפת לגרף הפונקציה ולציר ה- y לבין

ראשית הצירים?

