חוברת הדרכה דיגיטלית במתמטיקה למסלול 12 שנ"ל

دروس محوسبة في الرياضيات مستوى 12 سنوات تعليمية

שנת תשפ"א – 2020-2021

בנושא גרפים- לתלמיד

في موضوع رسوم بيانية - للمعلم

إعداد: إيدان شحام

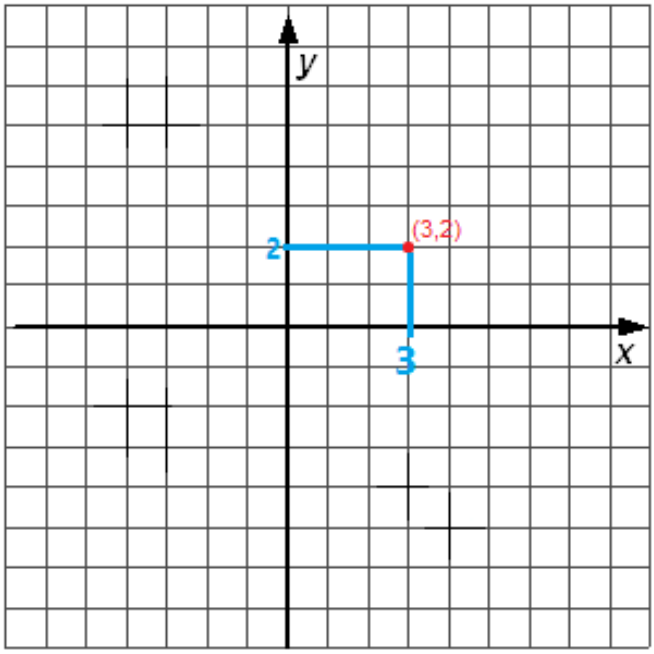
فهرس المحتويات:

1. استخراج المعلومات الأساسية من رسم بياني واحد.....2
2. استخلاص معلومات نسبية.....7
3. مستقيم ثابت في الرسم البياني.....9
4. وتيرة الرسم البياني.....12
5. حالات القصوى في الرسم البياني.....21
6. ايجاد مجال الرسم البياني.....25
7. اختبار.....30
8. رسمان بيانيان - ملائمة الرسوم البيانية للمعطيات.....34
9. مقارنة بين رسمين بيانيين.....38
10. نقطة التقاء بين رسمين بيانيين.....42
11. امتحان نهائي.....44

1. استخراج المعلومات الأساسية من رسم بياني واحد

قبل أن نبدأ في الحديث عن الرسم البياني واستنتاج معلوماته ،

دعونا نلقي نظرة على هيئة المحاور معروفه لنا من الهندسة التحليلية.



النقطة **الحمراء** هي (3,2).

احداثية – x تساوي 3

احداثية– y تساوي 2

موقع النقطة يخبرنا ما هي احداثيات – x الخاصة بها,

وما هي احداثيات – y الخاصة بها.

لكل نقطة احداثيات x ,y مختلفة.

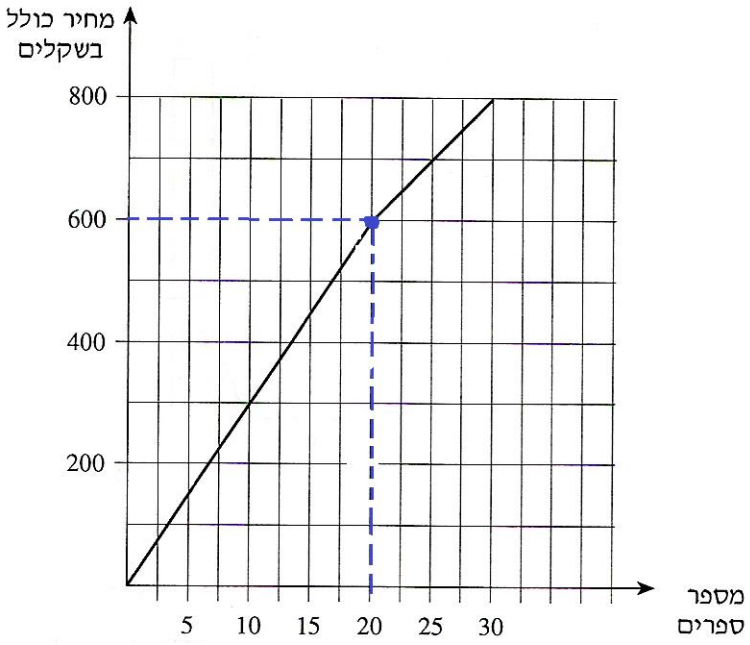
سننظر الى الرسم البياني بنفس الطريقة.

كل نقطة ستخبرنا ما هي احداثيات – x, ما هي احداثيات -y.

في هيئة المحاور ، كل نقطة تقول ما هي احداثياتها فقط ،

في حين أن اثناء قراءة الرسم البياني - في كل مرة تتغير المعلومات بالمحاور x ,y.

تظهر الصفحتان التاليتان أمثلة توضح ما سبق.



مثال 1:

انظروا الى النقطة **الزرقاء** في الرسم البياني على اليسار.

يمكننا أن نرى أن احداثياتها هي: (20,600).

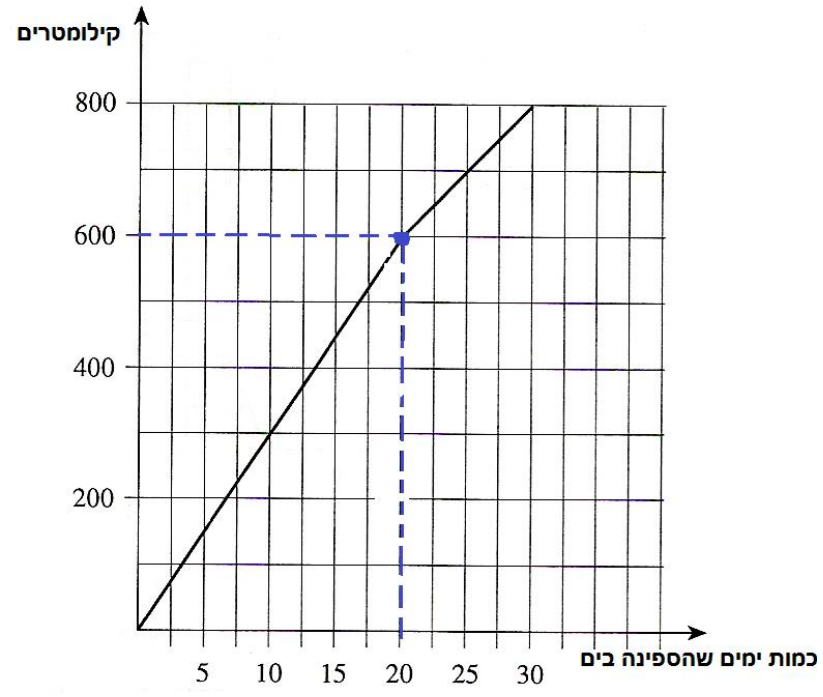
عدد الكتب = 20.

سعر الكتب = 600 ₪.

تشير النقطة **الزرقاء** إلى أن سعر 20 كتابًا هو 600.₪

هل يمكننا كتابة معلومات أخرى إلى جانب كمية الكتب وسعرها؟

بالطبع. كل رسم بياني سيخبرنا بمعلومات مختلفة.



مثال 2:

انظروا الى النقطة **الزرقاء** في الرسم البياني على اليسار.

يمكننا أن نرى أن احداثياتها هي: (20,600).

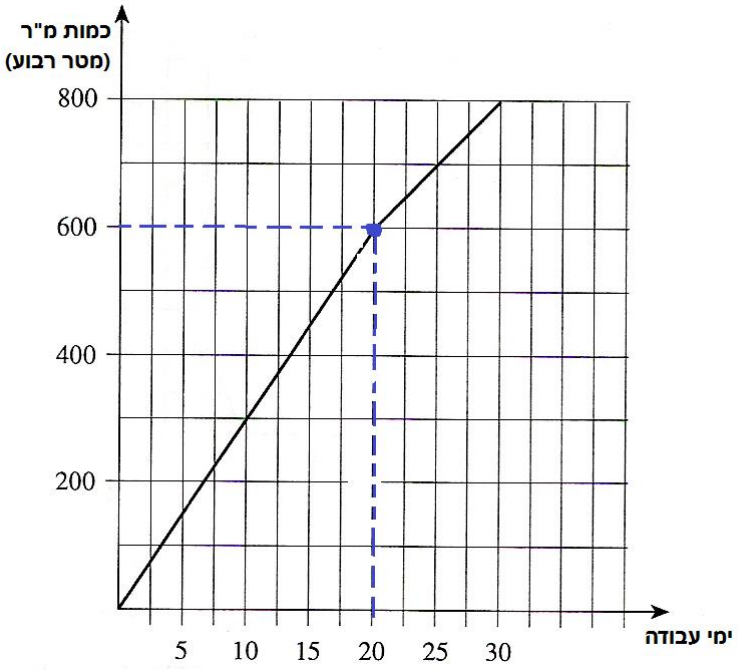
هذه المرة بخلاف المثال السابق -

عدد الأيام التي تكون فيها السفينة في عرض البحر = 20.

كلومترات = 600

تشير النقطة الزرقاء إلى أنه عندما تكون السفينة

20 يومًا في البحر – تبحر 600 كم.



مثال 3:

انظروا الى النقطة **الزرقاء** في الرسم البياني على اليسار.

يمكننا أن نرى أن احداثياتها هي: (20,600).

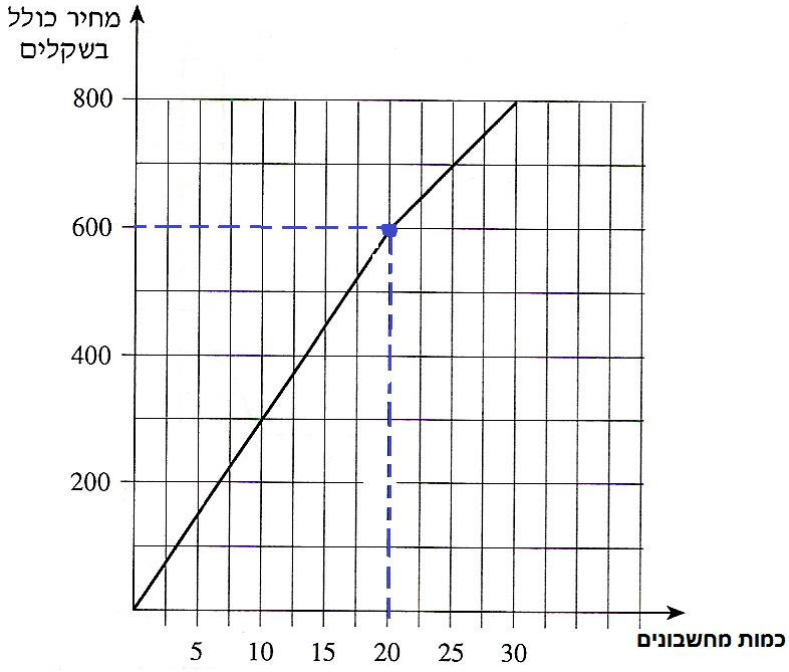
هذه المرة بخلاف الامثلة 1 و2 -

أيام العمل = 20.

كمية المتر المربع = 600

تشير النقطة **الزرقاء** إلى أنه لمدة 20 يوم عمل ،

قدرة العمل هي 600 متر مربع من الأرضيات.



مثال 4:

انظروا الى النقطة **الزرقاء** في الرسم البياني على اليسار.

يمكننا أن نرى أن احداثياتها هي: (20,600).

هذه المرة بخلاف الامثلة السابقة-

عدد الالات الحاسبة = 20.

سعرها = 600

تشير النقطة **الزرقاء** إلى أن سعر 20 آلة حاسبة هو 600 ₪

الخلاصة من الأمثلة:

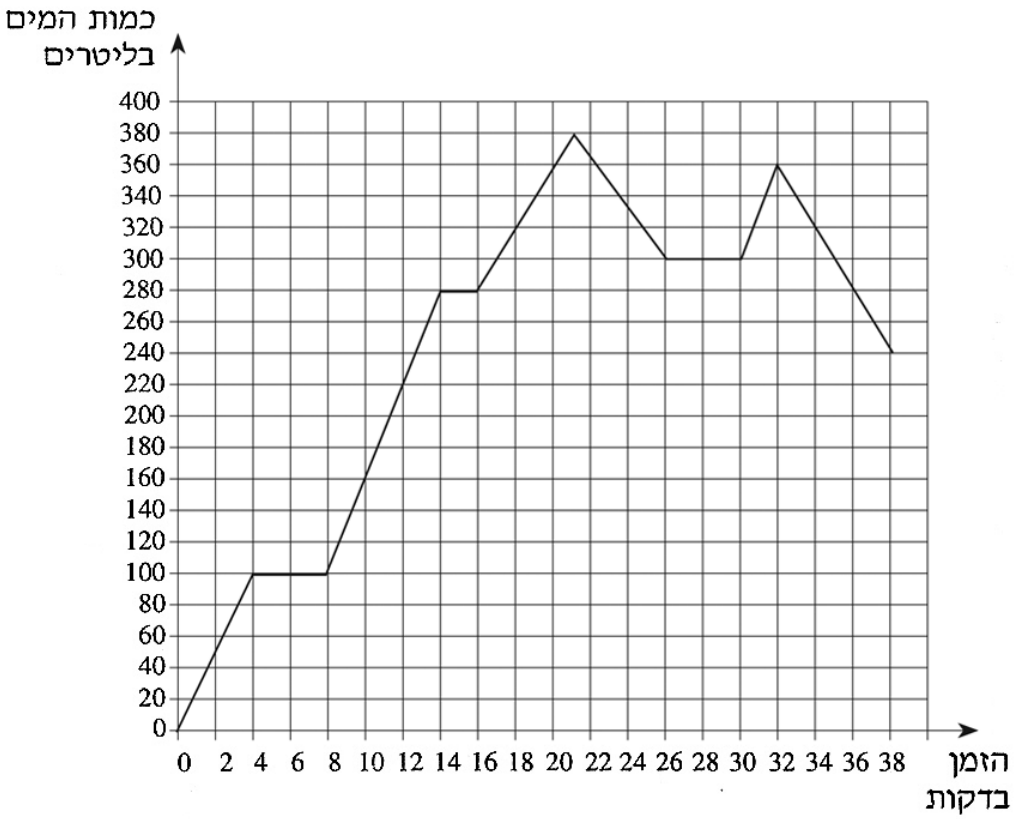
تحتوي النقطة الزرقاء على نفس الاحداثيات ، ولكن في كل مرة تخبرنا فيها قصة مختلفة مع معلومات مختلفة.

في كل تمرين لقراءة الرسم البياني ، سوف نتلقى معلومات مختلفة ، وعلينا أن نستنتج وفقًا لذلك.

סרטון הסבר

تمرين:

1. الرسم البياني الذي أمامكم يصف كميّة الماء في وعاء كدالة للزمن الذي مرّ منذبداية إدخال الماء.



تمعّنوا في الرسم البياني وأجيبوا عن البنود التالية:

أ. كم لتر ماء كان في الوعاء بعد مرور 12 دقيقة منذ بداية إدخال الماء؟

ب. في أيّة أوقات كان في الوعاء 360 لتر ماء بالضبط؟

ج. كم كانت أكبر كمية ماء في الوعاء؟

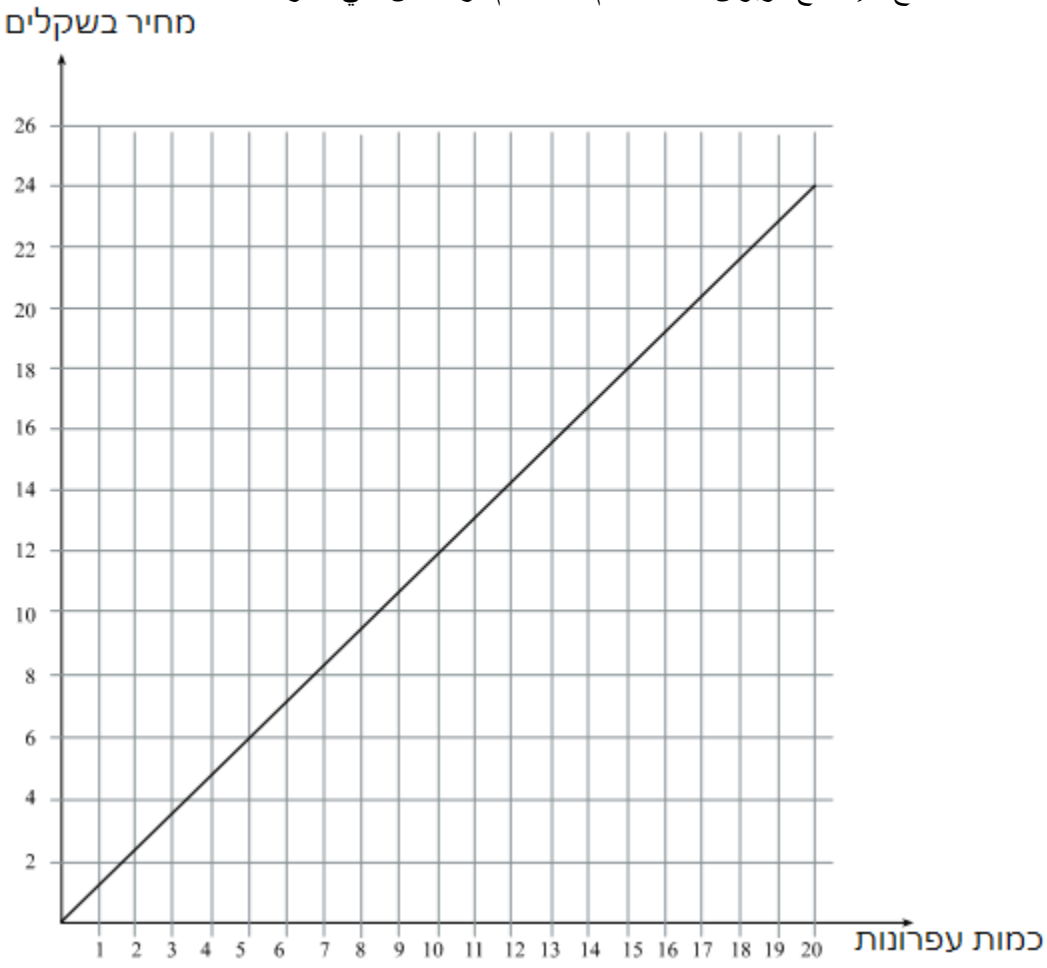
2. الرسم البياني الذي أمامكم يصف سعر قلم الرصاص كدالة لكمية أقلام الرصاص التي تم شراؤها.

<u>تمعّنوا في الرسم البياني وأجيبوا عن البنود التالية:</u>

أ. إذا اشتريت 5 أقلام رصاص ، كم دفعت؟

ب. اهتم زبون بشراء 18 قلم رصاص. كم دفع؟

ج. إذا دفع الزبونن 20 ₪، فكم عدد أقلام الرصاص التي اشتراها؟



2. استخلاص معلومات نسبية

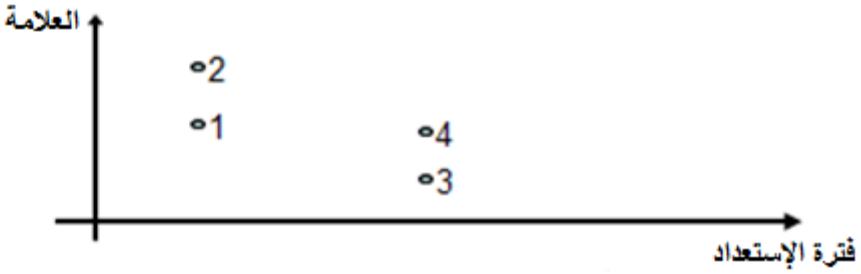
أحيانًا نواجه حالات لا تحتوي على احداثيات مرجعية كما ورد في الصفحات السابقة.

المطلوب تحليل المعلومات فقط وفقًا لهيئة المحاور.

لنتأمل المثال التالي:

بالمخطط ترتيب لأربعة تلاميذ،

كل تلميذ بموقع مختلف.



يمكن أن نستخلص عدّة أمور:

1. التلميذ رقم (2) حصل على علامة أعلى من التلميذ رقم (1).
2. التلاميذ (3) و(4) بذلا مجهودًا أكبر من التلاميذ (1) و(2).
3. التلاميذ (1) و(4) حصلا على نفس العلامة بالرغم من أنّ التلميذ رقم (4) بذل جهدًا أكبر.
4.

مهمة: المطلوب استخلاص معلومات إضافية من المخطط للبند (4).

الفكرة هنا استخلاص الإستنتاجات بغياب رسم بياني خاص، بل بشكل نسبي مقارنةً بالتلاميذ الآخرين.

تمرين:

1. يصف الرسم البياني التالي معطيات عن عدد ساعات الإستعداد وعلامات لستة تلاميذ بامتحان الرياضيات.

أ. من استعد أكثر، التلميذ (ج) أم (ب)؟

ب. من حصل على العلامة الأعلى، التلميذ (أ) أم (هـ)؟

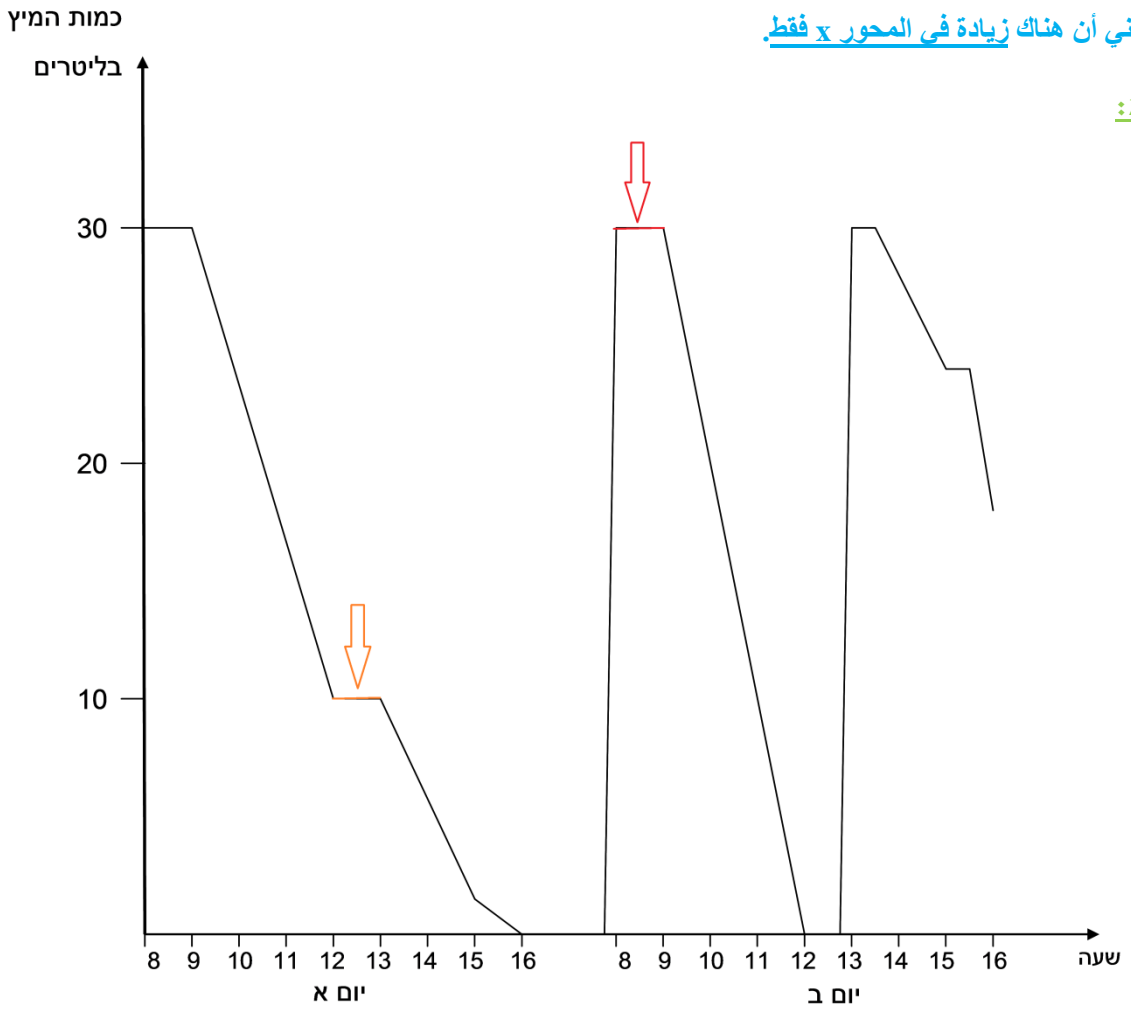
ج. مَن مِن التلاميذ حصل على علامة متدنية بالرغم من بذله لعدد كبير من ساعات الإستعداد؟

3. مستقيم ثابت في الرسم البياني

في الصفحة 5 يمكننا ملاحظة أنه في جزء من الرسم البياني يوجد مستقيم لا يرتفع أو ينخفض - مستقيم ثابت.

هذا يعني أن هناك زيادة في المحور x فقط.

مثال 1:



يمكننا أن نرى أن المستقيمان, **الأحمر** و**البرتقالي** – ثابتين.

الخلاصة:

على الرغم من مرور الوقت (زيادة في المحور x) ، تبقى كمية العصير كما هي.

هذا يعني أنه خلال هذه الساعات لم يشرب أحد العصير.

مثال 2:

يمكننا أن نرى أن المستقيمان, **الأحمر** و**البرتقالي** – ثابتين.

الخلاصة:

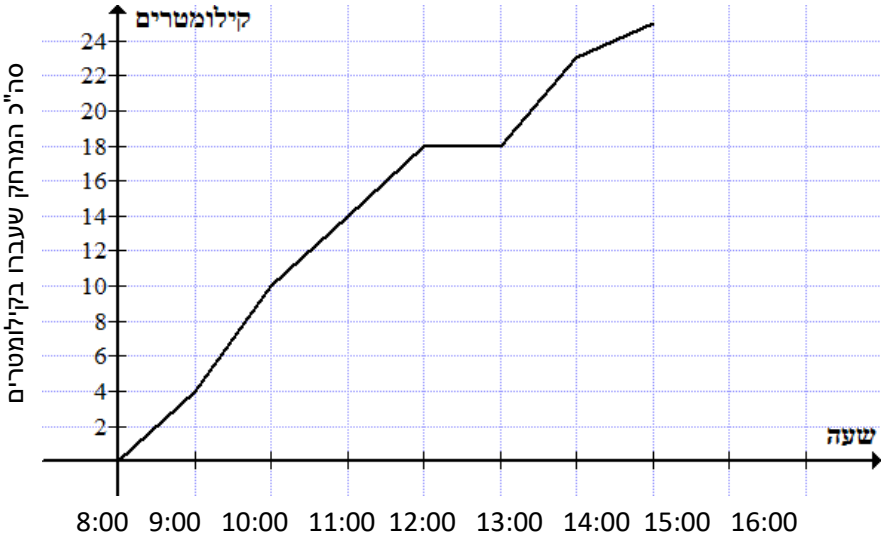
على الرغم من مرور الوقت (زيادة في المحور x) ، لا يوجد تقدم من جانب السيارة (لا مزيد من الكيلومترات).

هذا يعني أنه خلال هذه الساعات لم تسافر السيارة.

تمارين:

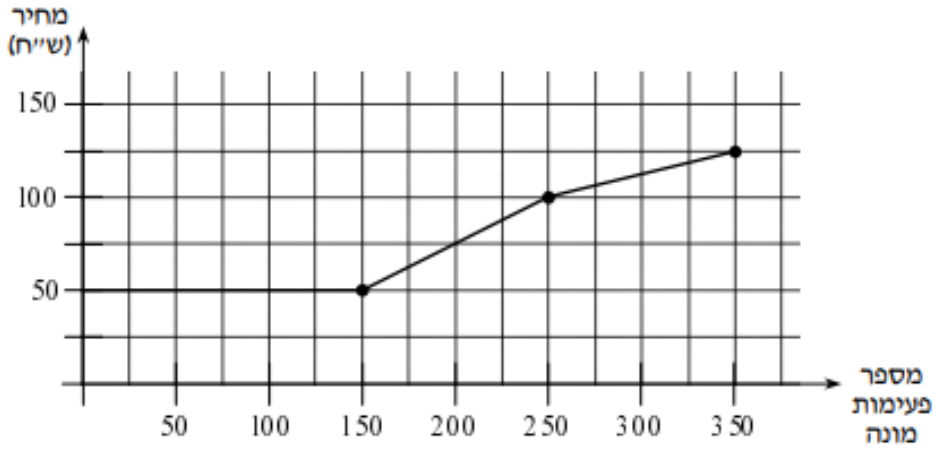
1. **خرجت مجموعة من الطلاب لرحلة مشي في الساعة 8:00.**

يصف الرسم البياني المسافة المقطوعة خلال النهار.



ما هي الساعات التي قام فيها الطلاب باستراحة من المشي؟_____

2. **يصف الرسم البياني أمامك سعر المكالمات الهاتفية وفقاً عدد دقات العداد في شهر واحد.**



مقابل كم دقات عداد ممكن أن ندفع 50 ₪ فقط؟

_____

4. وتيرة الرسم البياني

نواجه أحيانًا رسومًا بيانية تغير فجأة ميلها ونتيجة لذلك تتغير "وتيرة الرسم البياني".

أولاً ، ما هو ميل؟

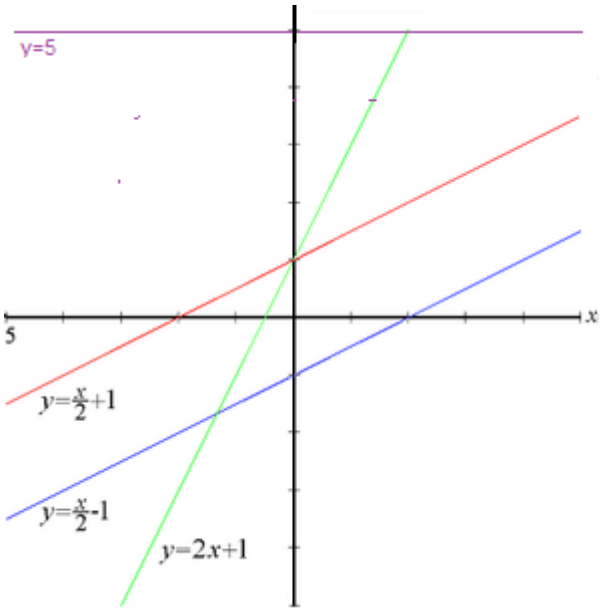
من المهم أن تعرف أن كل خط مستقيم له ميل.

يصف الميل حجم انحدار المستقيم.

إذا قمت ، على سبيل المثال ، بتسلق جبل ، كلما زاد الميل - كلما كان من الصعب تسلقه.

يمكن أن يكون الميل سالبًا أو إيجابيًا أو 0.

مثال :



بالنظر إلى هيئة المحاور من اليسار إلى اليمين ، يمكنك أن ترى ما يلي:

أ. ميل المستقيم **الأحمر** مساوي لميل المستقيم **الأزرق** - يمكنك أن ترى أن لديهم نفس "الوتيرة"

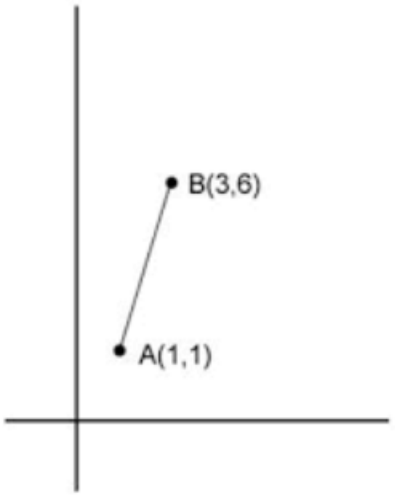
ب. يرتفع الخط المستقيم **الاخضر** بشكل أسرع من بقية الرسوم البيانية - لذا فإن ميله هو الأكبر

ج. المستقيل البنفسجي هو أفقي (ثابت) (لا يرتفع أو ينخفض) لذا فان ميله 0

كيف نحسب الميل؟ بحسب نقطتين:

الميل m لخط مستقيم يمر بين النقطتين (x_1,y_1) , (x_2,y_2) هو : $m = \frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$

مثال:



هكذا نحسب الميل:

$$m = \frac{6-1}{3-1} = \frac{5}{2} = 2.5$$

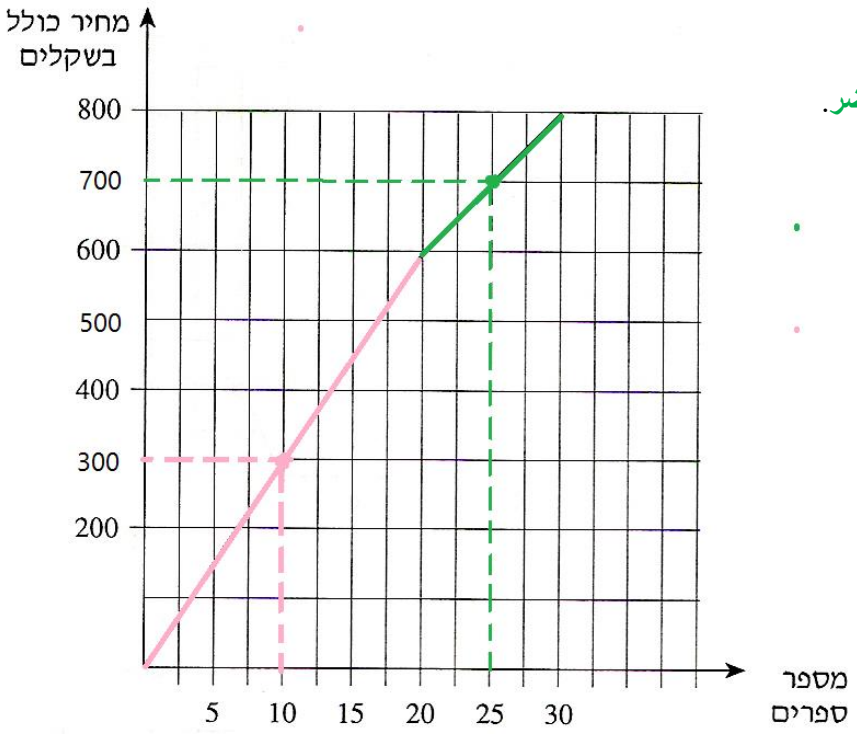
يمكننا أيضًا حساب الميل بهذه الطريقة:

$$m = \frac{1-6}{3-1} = \frac{-5}{-2} = 2.5$$

بشكل عام ، الصيغة المستخدمة هي:

$$\frac{\text{التغيير بمحور } y}{\text{التغيير بمحور } x}$$

مثال 1 (بدون حساب الميل):



يظهر الرسم البياني الأيسر مستقيم **وردي** ومستقيم **أخضر**.

لكل منها - وتيرة مختلفة!

ما المقصود بذلك؟

انظروا إلى النقطة **الوردية** في الرسم البياني.

يمكن أن نرى أن احداثياتها هي : (10,300).

عدد الكتب = 10.

سعر الكتب = 300 ₪.

تشير النقطة **الوردية** إلى–

سعر 10 كتب هو 300 ₪.

استنتاج : سعر كتاب واحد هو 30 ₪

والآن انظروا إلى النقطة **الخضراء** في الرسم البياني.

يمكن أن نرى أن احداثياتها هي : (25,700).

عدد الكتب = 25.

سعر الكتب = 700 ₪.

تشير النقطة **الخضراء** إلى–

سعر 25 كتب هو 700 ₪.

استنتاج : سعر كتاب واحد هو 28 ₪.

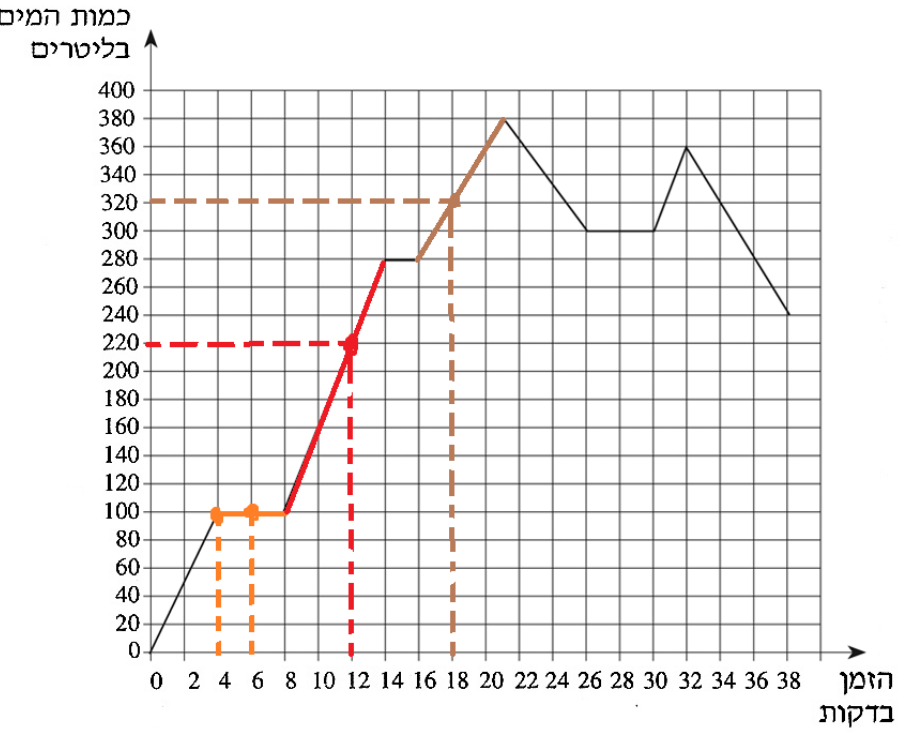
الاستنتاجات النهائية:

وجدنا أن سعر كتاب واحد على المستقيم **الوردي** أغلى من سعر الكتاب على المستقيم **الأخضر**.

يمكنك أيضًا أن ترى أن ميل المستقيم **الوردي** أكبر من ميل المستقيم **الأخضر**

مثال 2 (بدون حساب الميل):

يمكننا أن نرى في الرسم البياني الأيسر الخطوط المستقيمة **البني** , **البرتقالي** و-**الأحمر**.



لكل منها - وتيرة مختلفة!

ما المقصود بذلك؟

انظروا إلى النقاط **البرتقالية** في الرسم البياني.

يمكن أن نرى أن احداثياتها هي: (4,100) , (6,100).

الوقت= 4 دقائق و - 6 دقائق

كمية الماء = 100 لتر

تشير النقاط **البرتقالية** أن-

رغم مرور الوقت, لا يوجد تغيير في كمية الماء.

ميل المستقيم البرتقالي هو 0

الان, انظروا إلى النقطة **الحمراء** في الرسم البياني.

يمكن أن نرى أن احداثياتها: (12,220).

الوقت = 12 دقيقة

كمية الماء = 220 لتر

تشير النقطة **الحمراء** أن في الدقيقة ال– 12 كمية الماء هي 220 لتر,

وهناك زيادة في كمية الماء على طول المستقيم **الأحمر** - بنفس الوتيرة.

والآن انظروا إلى النقطة **البنية** في الرسم البياني.

يمكن أن نرى أن احداثياتها هي: (18,320).

الوقت= 18 دقيقة

كمية الماء = 320 لتر

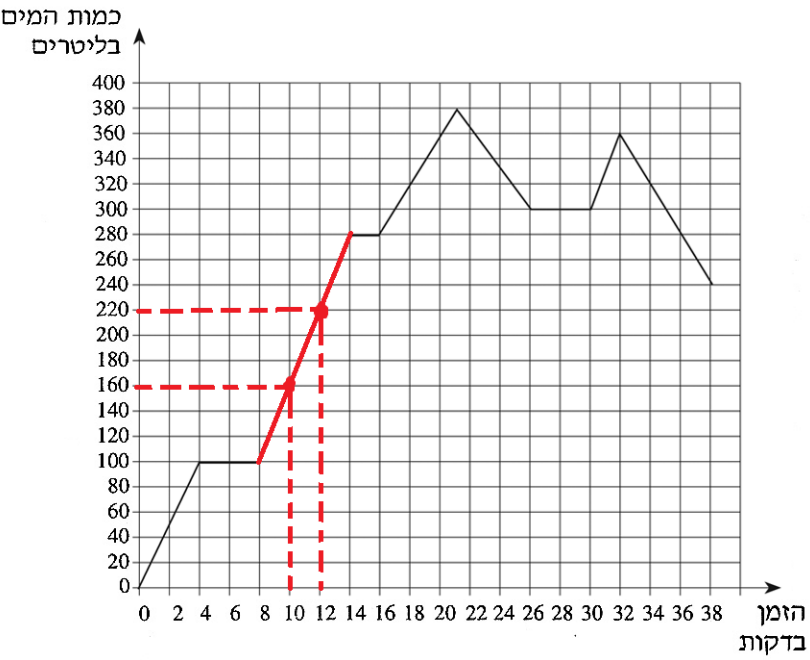
تشير النقطة **البنية** أن في الدقيقة ال – 18 كمية الماء هي 320 لتر,

وهناك زيادة في كمية الماء على طول المستقيم **البني** - بنفس الوتيرة.

الاستنتاج النهائي: لكل مستقيم ميله الخاص ووتيرته الخاصة.

كيف نحسب وتيرة (الميل) لكل مستقيم؟

ننظر على المثال 2 :



نأخذ المستقيم **الأحمر**.

نختار في المستقيم **الأحمر** على نقطتين مختلفتين.

النقطة 1 : (10,160)

كانت كمية الماء 160 لتر في الدقيقة ال-10

النقطة 2 : (12,220)

كانت كمية الماء 220 لتر في الدقيقة ال-12

استنتاج :

في دقيقتين زادت كمية الماء بمقدار 60 لترًا.

ولذلك فان وتيرة المستقيم **الاحمر**:

في دقيقة واحدة تزداد كمية الماء بمقدار 30 لترًا.

يمكن أيضًا حساب الوتيرة وفقًا لصيغة الميل من الصفحة 11:

$\frac{220-160}{12-10} = \frac{60}{2} = 30$ لذلك هناك زيادة قدرها 30 لترًا في الدقيقة

بنفس الطريقة يمكن أن نكتشف وتيرة كل خط مستقيم.

نختار نقطتين ونحسب الزيادة في لترات الماء (المحور y) نسبة إلى الزيادة في الوقت (المحور x).

في كل تمرين ستكون المعلومات مختلفة في المحاور x ,y

وبشكل عام ، نختار دائمًا نقطتين على المستقيم ونحسب الوتيرة على النحو التالي:

$$\frac{\text{التغيير بمحور } y}{\text{التغيير بمحور } x}$$

סרטון הסבר

ماذا يعني عندما تكون وتيرة الرسم البياني غير متجانسة؟

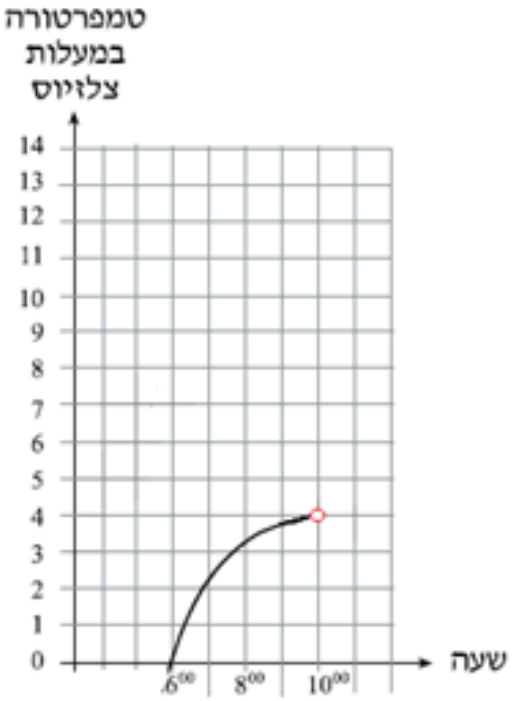
ما يعني، ماذا يحصل عندما يكون المنحني خط مستقيم؟ كيف نحسب وتيرة الرسم البياني؟

في هذه الحالة نحسب معدل وتيرة الرسم البياني

لنتأمل المثال التالي:

بدايةً من الساعة 6:00 تبدأ درجة الحرارة بالصعود.

ما هو معدل وتيرة التغيير لدرجات الحرارة بين الساعات 6:00-10:00؟



نرى أنّ:

أ. نقطة البداية هي صفر مئوي (0°)

ب. نقطة النهاية: 4 درجات مئوية (4°)

ج. مجموع الساعات: 4 ساعات

الإستنتاج:

$$\frac{\text{4 درجات}}{\text{4 ساعات}} = 1$$

معدل وتيرة التغير بين الساعات 6:00-10:00: هو 1.

وهذا يعني: في كل ساعة مرّت ارتفعت درجة الحرارة بدرجة مئوية واحدة **بالمعدل**

لا يمكن الإفتراض أنّ بعد مضي كل ساعة حصل ارتفاع بدرجة واحدة، بل هذا معدل الارتفاع.

يمكن أن نرى من الرسم البياني بعد ساعة واحدة (6:00-7:00) حصل ارتفاع بدرجتين بالتقريب،

بعد ساعة إضافية (7:00-8:00) حصل ارتفاع بدرجو واحدة تقريبًا،

وفي الساعتين الأخيرتين (8:00-10:00) كان الارتفاع ببطئ أكثر.

أحيانًا يُطلب منا حساب سرعة سيارة.

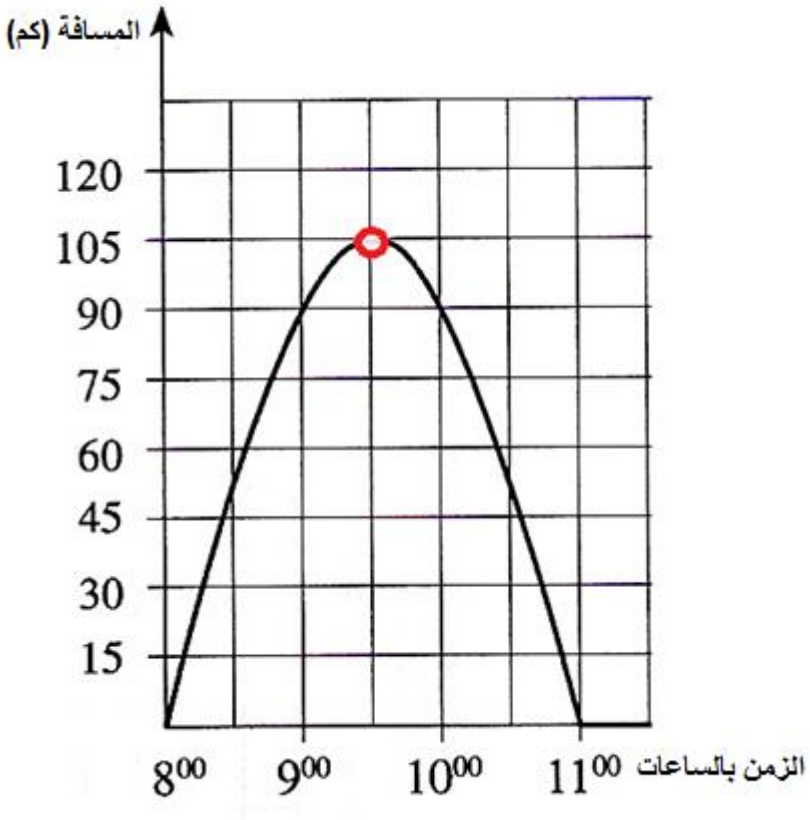
عند التعامل مع دالة لخط مستقيم، الحساب مماثل لحساب الميل كما رأينا في الصفحات السابقة.

عند التعامل مع خط غير متجانس، الحساب يكون مماثلًا لما شهدناه في الصفحة السابقة.

نتأمل المثال لرسم بياني غير متجانس:

سيارة معينة تبدأ سفرتها الساعة- 8:00 وتقصد الوصول

الى النقطة الحمراء في التخطيط.



ما هو **معدل** سرعة السيارة؟

(معدل السرعة=معدل الوتيرة)؟

يمكن أن نرى:

د. من نقطة الانطلاق حتى النقطة

الحمراء،

قطعت السيارة 105 كم.

ه. استغرقت السيارة من الوقت ساعة

ونصف لقطع

مسافة 105 كم.

الاستنتاج:

$$\frac{105}{1.5} = 70$$

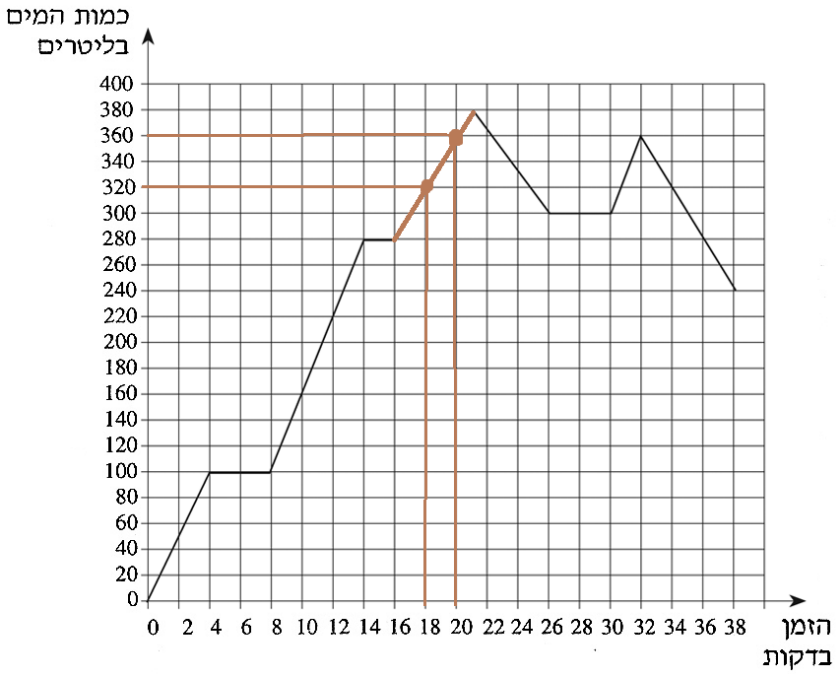
معدل سرعة السيارة: 70 كم/الساعة.

ومرة أُخرى لا يمكن الافتراض أنّ السيارة قطعت 70 كم في كل ساعة.

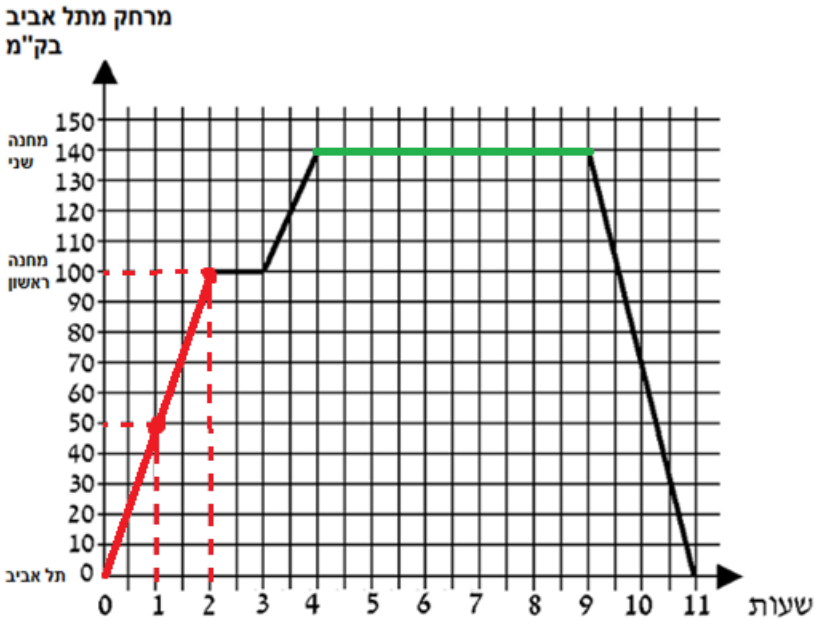
من الرسم البياني نرى أنّ غالبية المسافة التي قطعتها السيارة بين الساعات 8:00-10:00 كانت في الساعة الأولى (8:00-9:00).

تمارين:

1. تمعنوا في الرسم البياني التالي واحسبوا ميل المستقيم البني بواسطة النقطتين المشار إليهما:



2. تمعنوا في الرسم البياني التالي واحسبوا ميل المستقيم الاحمر والمستقيم الأخضر:

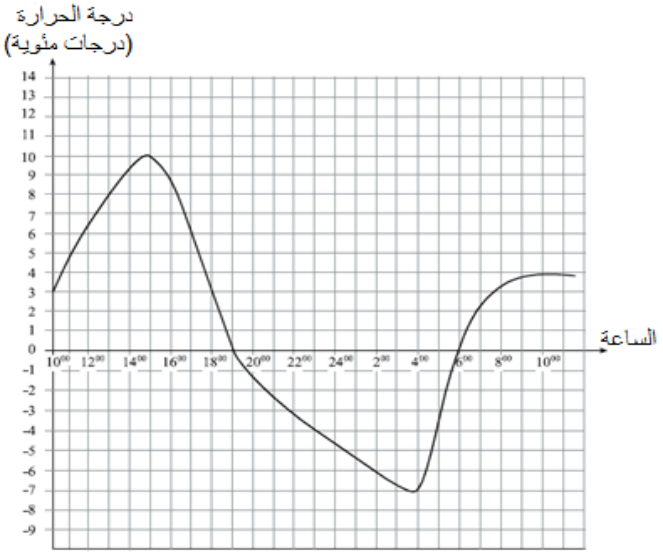


حلول:

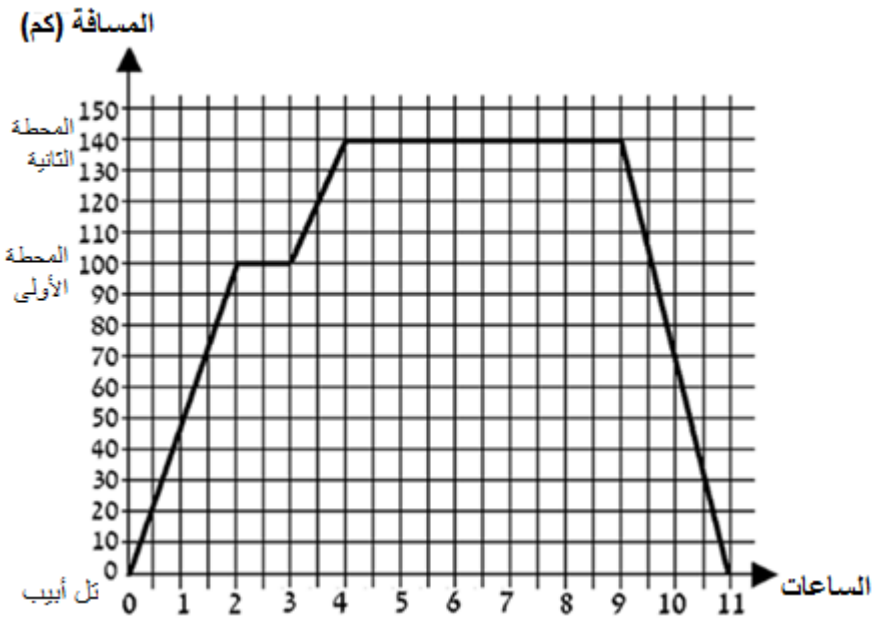
1. ميل: 20

2. ميل المستقيم الأخضر: 0 , ميل المستقيم الأحمر: 50

1. عاينوا الرسم البياني التالي واحسبوا وتيرة معدل التغيير الحاصل بدرجات الحرارة بين الساعات 15:00-19:00



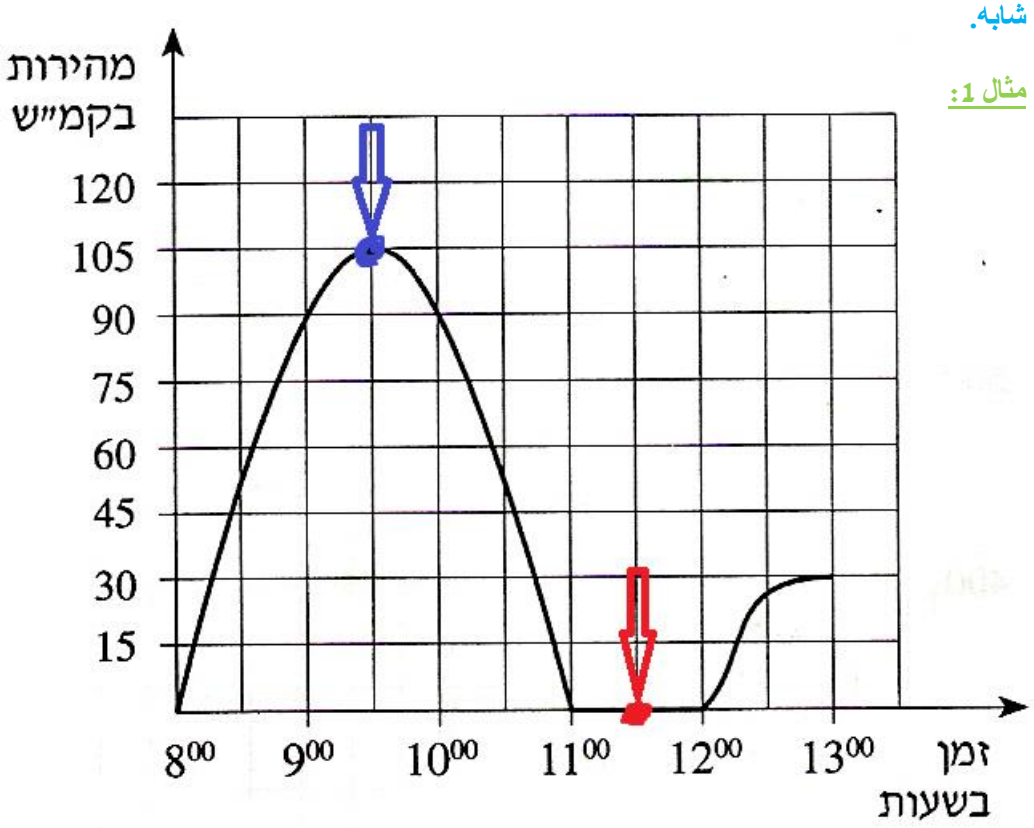
2. عاينوا الرسم البياني التالي واحسبوا سرعة السيارة في المرحلة الأُولى.



5. <u>حالات القصوى في الرسم البياني</u>

علينا أحيانًا تحديد حالات القصوى في الرسم البياني. يحتوي كل رسم بياني على معلومات مختلفة ، لذلك تختلف حالات القصوى بين الرسوم البيانية. على سبيل المثال ، سنحتاج إلى تحديد الحد الأقصى لكمية المياه ، والسرعة الدنيا وما شابه.

<u>مثال 1:</u>



يوضح الرسم البياني أعلاه أن هناك بعض مركبات النقل تسافر من الساعة 8:00 עד 13:00.

مركبات النقل لها **نقاط قصوى** - عندما تكون <u>السرعة</u> القصوى ، وعندما تكون <u>السرعة</u> الدنيا.

<u>ما هي السرعة القصوى؟</u>

105 كلم/ساعة - يمكن رؤيتها بواسطة النقطة **الزرقاء** الموضحة على الرسم البياني.

<u>ما هي السرعة الدنيا؟</u>

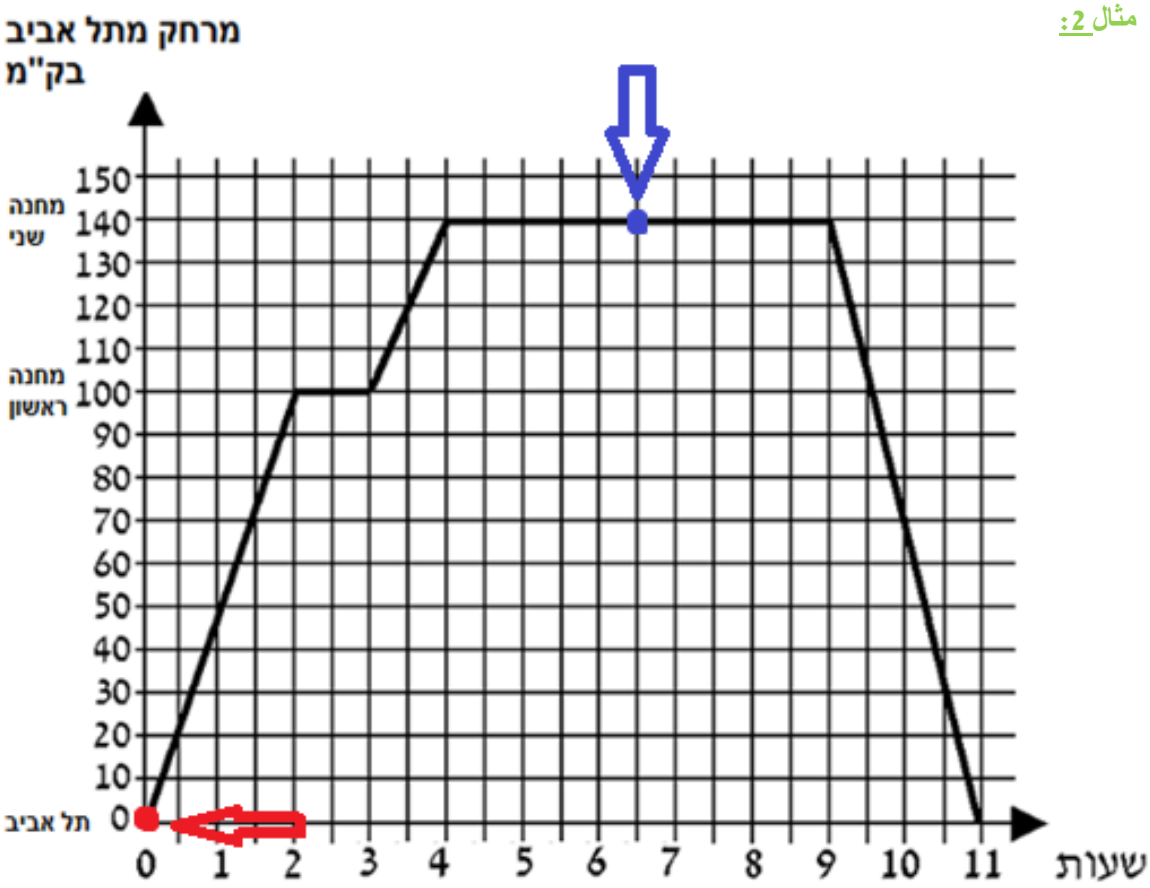
0 كلم/ساعة - يمكن رؤيتها بواسطة النقطة **الحمراء** الموضحة على الرسم البياني.

انتبهوا: عندما تكون سرعة هي **0** كلم/ساعة - الرسم البياني ثابت.

هذا يعني أن السيارة لا تسافر على الإطلاق ، <u>وفي جميع النقاط على المستقيم الثابت</u> - السرعة هي 0 كلم/ساعة.

<u>סרטון הסבר</u>

مثال 2:



في الرسم البياني أعلاه، يمكن أن نرى أن هناك مركبة تسافر 11 ساعة في المجموع.

إنها تنطلق من تل أبيب إلى مكان آخر.

كل كيلومتر يمر (حتى يصل إلى أقصى نقطة) تبعد عن تل أبيب بشكل متزايد.

تظهر **النقاط القصوى** متى تكون المسافة من تل أبيب عند الحد الأدنى ومتى تكون المسافة من تل أبيب الحد الأقصى..

ما هي أقصى مسافة من تل أبيب؟

140 كيلومتر - يمكن رؤية ذلك بواسطة النقطة **الزرقاء** على الرسم البياني.

من المهم ملاحظة: المسافة 140 كيلومترًا على طول الخط المستقيم. هذا يعني أنه وصل إلى وجهته ، وبين الساعة 4 إلى 9 ساعات لم تسافر على الإطلاق.

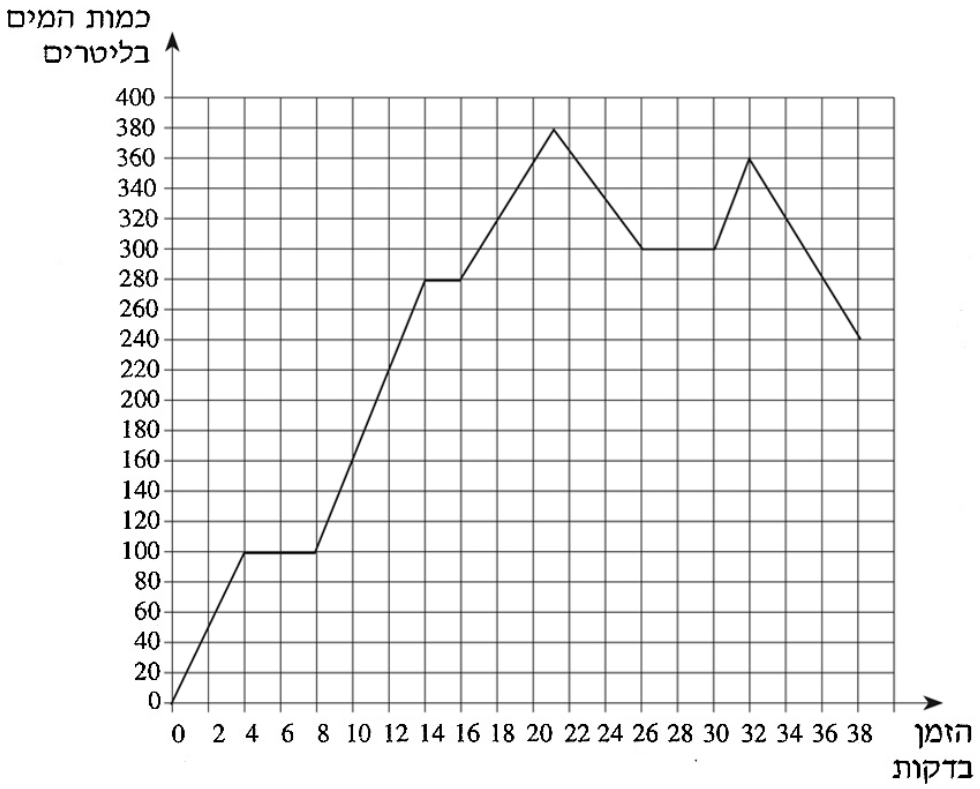
ما هي ادنى مسافة من تل أبيب؟

0 كيلومتر - يمكن رؤية ذلك بواسطة النقطة **الحمراء** على الرسم البياني.

انتبهوا: عند الحد الأدنى للنقاط (النقطة **الحمراء**) تبلغ المسافة من تل أبيب 0 كم - أي أنها تقع في تل أبيب. بالإضافة إلى ذلك ، في نهاية المسار (بعد 11 ساعة) ، فإن المسافة من تل أبيب هي مرة أخرى 0 كم - مما يعني أنه عاد إلى تل أبيب.

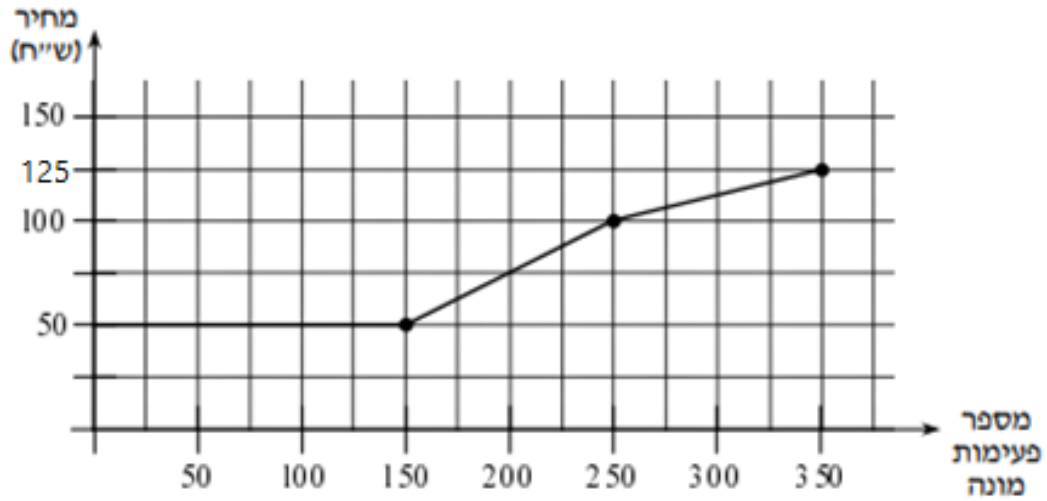
تمارين:

1. جد **النقاط القصوى** في الرسم البياني التالي. اكتب ما تعنيه كل نقطة قصوى.



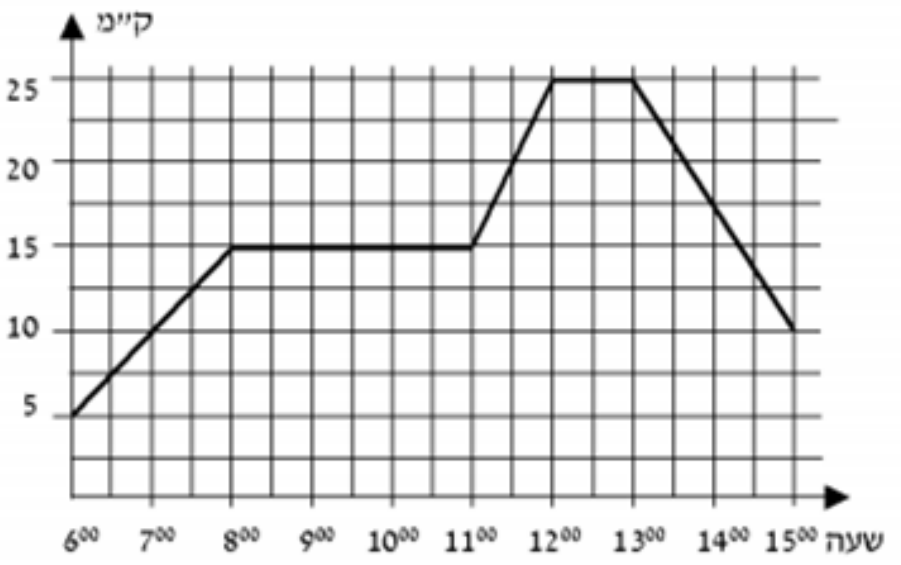
2. תקום شركة الهاتف بفرض رسوم على عملائها وفقًا لضربات العدادات التي يقومون بها كل شهر.

جدوا **النقاط القصوى** في الرسم البياني التالي. اكتبوا ما تعنيه كل نقطة قصوى.



3. كانت السيارة على بعد 5 كيلو من رمات جان واستمرت في الابتعاد عنها من الساعة 6:00.

جدوا **النقاط القصوى** في الرسم البياني التالي. اكتبوا ما تعنيه كل نقطة قصوى.



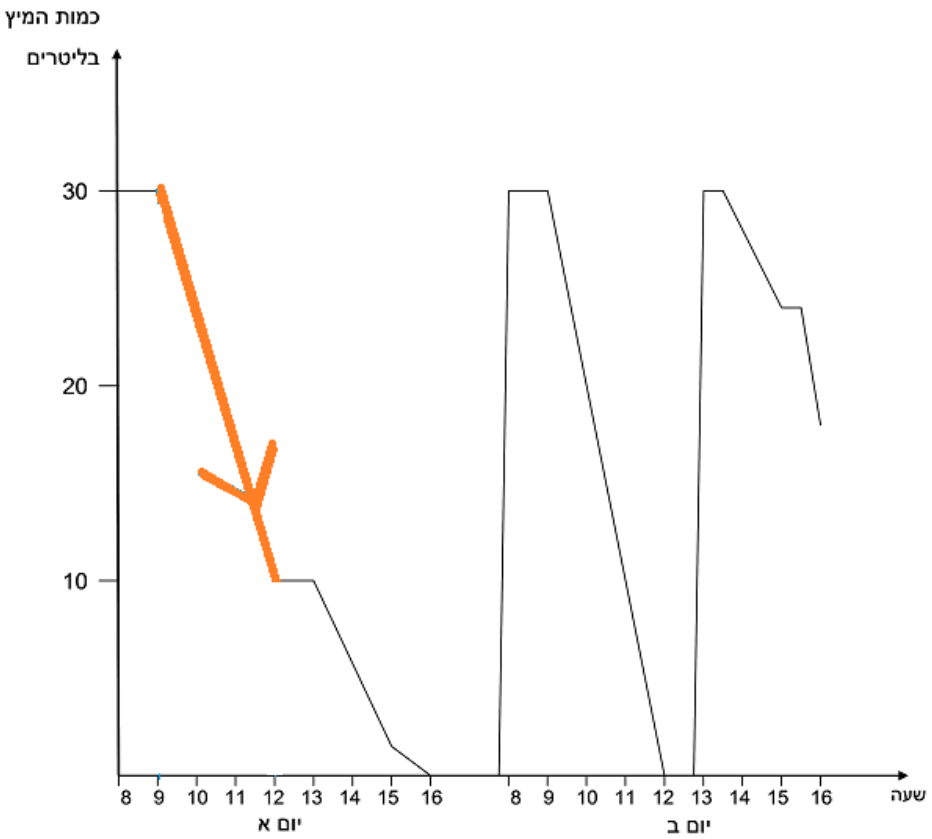
6. ايجاد مجال الرسم البياني

علينا أحيانًا ان نحسب مجال ما من نقطة إلى أخرى.

يتم ذلك لغرض استخلاص استنتاجات إضافية حول المعلومات المتاحة في الرسم البياني.

عادةً ما يتم حساب المجال وفقًا للمعلومات الموجودة على المحور x أو y.

مثال 1:



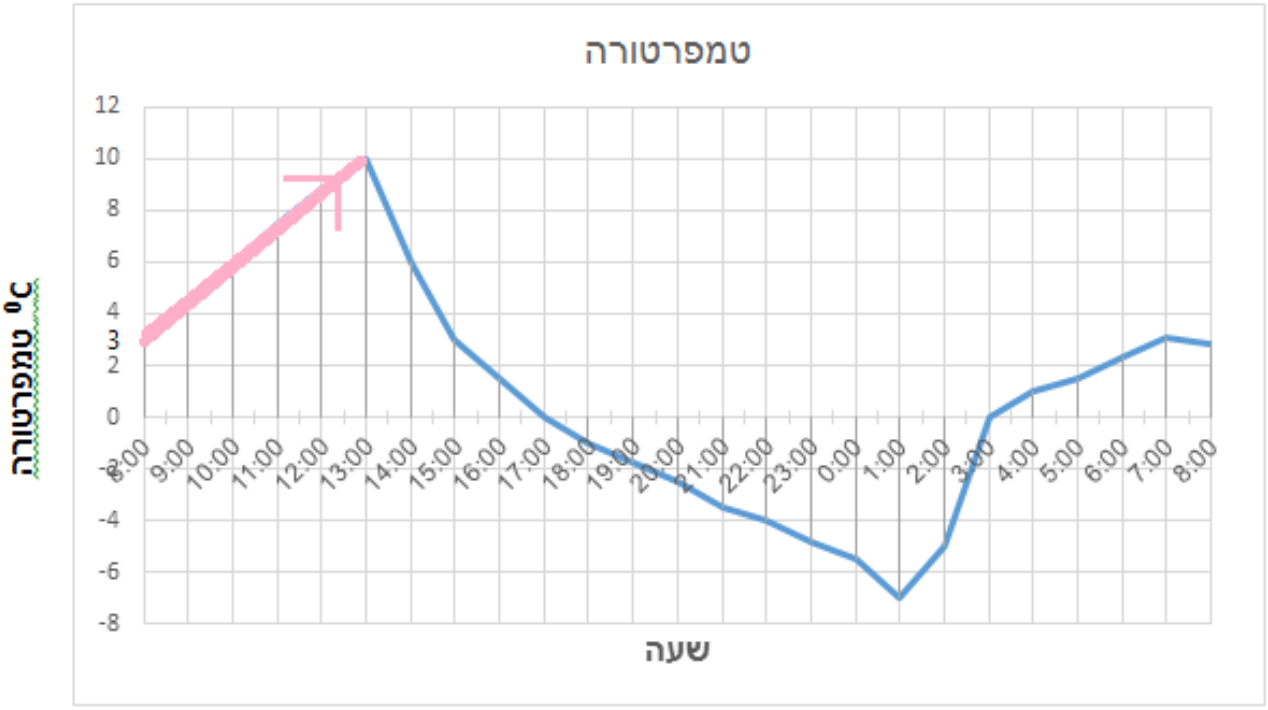
يشير اللون المستقيم **البرتقالي** إلى انخفاض كمية العصير المتاحة لعمال الماكينة.

سؤال: كم انخفضت كمية العصير (باللتر) على طول المستقيم **البرتقالي** ؟

الجواب: خلال 3 ساعات (9 إلى 12) انخفضت كمية العصير بمقدار - 20 لترًا.

وكان الانخفاض من 30 لترًا من العصير الموجود في الجهاز إلى - 10 لترات من العصير المتبقي في الجهاز.

مثال 2:



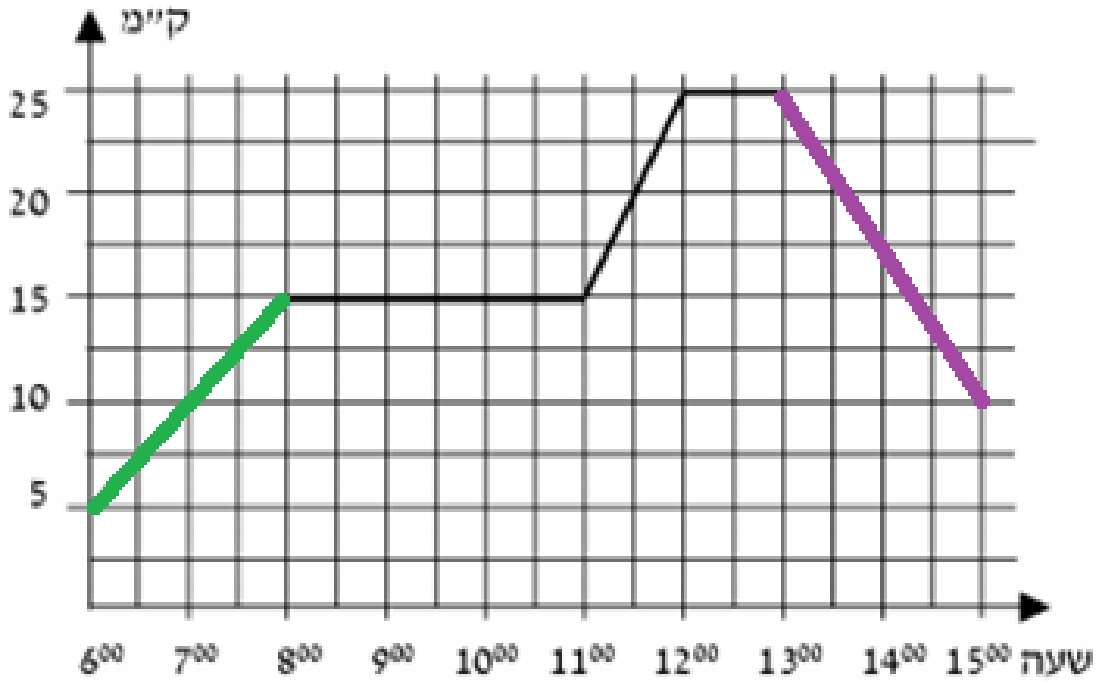
يشير المستقيم **الوردي** إلى ارتفاع في درجة الحرارة في أوقات معينة.

سؤال: كم عدد درجات الحرارة التي ارتفعت على طول المستقيم **الوردي** ؟

جواب: على طول المستقيم **الوردي** ارتفعت درجات الحرارة بمقدار 7 درجات

كانت الزيادة من 3 ° إلى 10 °.

مثال 3:



بدأت الحافلة السفر الساعة 6:00 وانتهت الساعة 15:00.

سؤال: هل كان هناك اتجاه صعودي أو هبوطي بين الساعة 6:00-9:00 (المستقيم **الأخضر**)؟ وما هو؟

جواب: بين الساعة 6:00-9:00 ، تقدمت الحافلة مسافة 10 كم.

من ناحية أخرى ، يمكن أن نرى أنه بين الساعة 13:00 - 15:00 (المستقيم **البنفسجي**) ، سافرت الحافلة 15 كم.

معنى الصعود - الابتعاد عن نقطة البداية

معنى الهبوط - العودة إلى نقطة البداية.

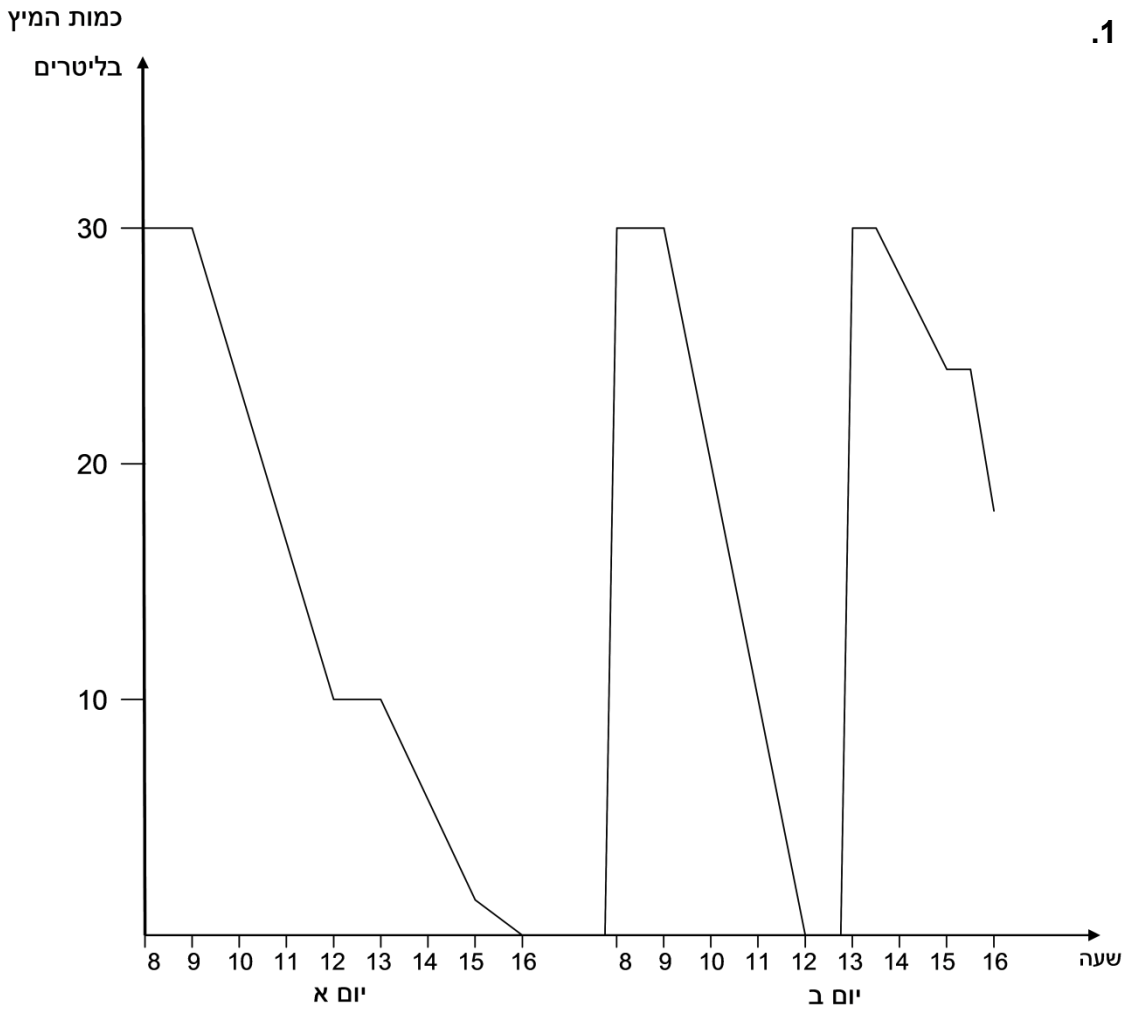
في نفس الوقت ، في كلتا الحالتين تسافر الحافلة كيلومترات.

في كل رسم بياني ، تختلف المعلومات ، ولذلك يختلف معنى الصعود / الهبوط وفقًا لذلك.

في كل رسم بياني ، قوموا بالاستنتاج الصحيح وفقًا للمعلومات المقدمة لكم حول الصعود والهبوط.

<u>תמרין:</u>

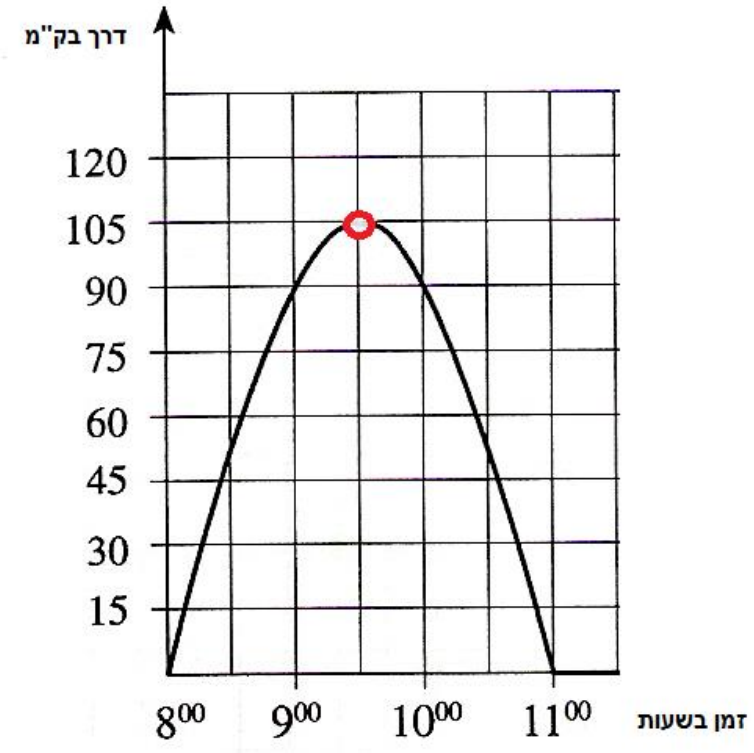
1.



<u>שאל</u>: **<u>יום الاثنين الساعة 13:00</u>** ، تم ملء كمية العصير التي فرغت من الجهاز.

هل انخفضت أو زادت كمية العصير **<u>بين الساعات 13:00-16:00</u>** ، وبكم لتر؟

.2



يوضح الرسم البياني أدناه سرعة الشاحنة في أي لحظة ، بدءًا من 8^{00} حتى 13^{00}.

<u>سؤال:</u>

أ. من 8:00 إلى 9:30 - كم كيلومتراً تسافر الشاحنة؟ وماذا تعني هذه المسافة؟

ب. من 9:30 إلى 11:00 - كم كيلومتراً تسافر الشاحنة؟ وماذا تعني هذه المسافة؟

7. اختبار

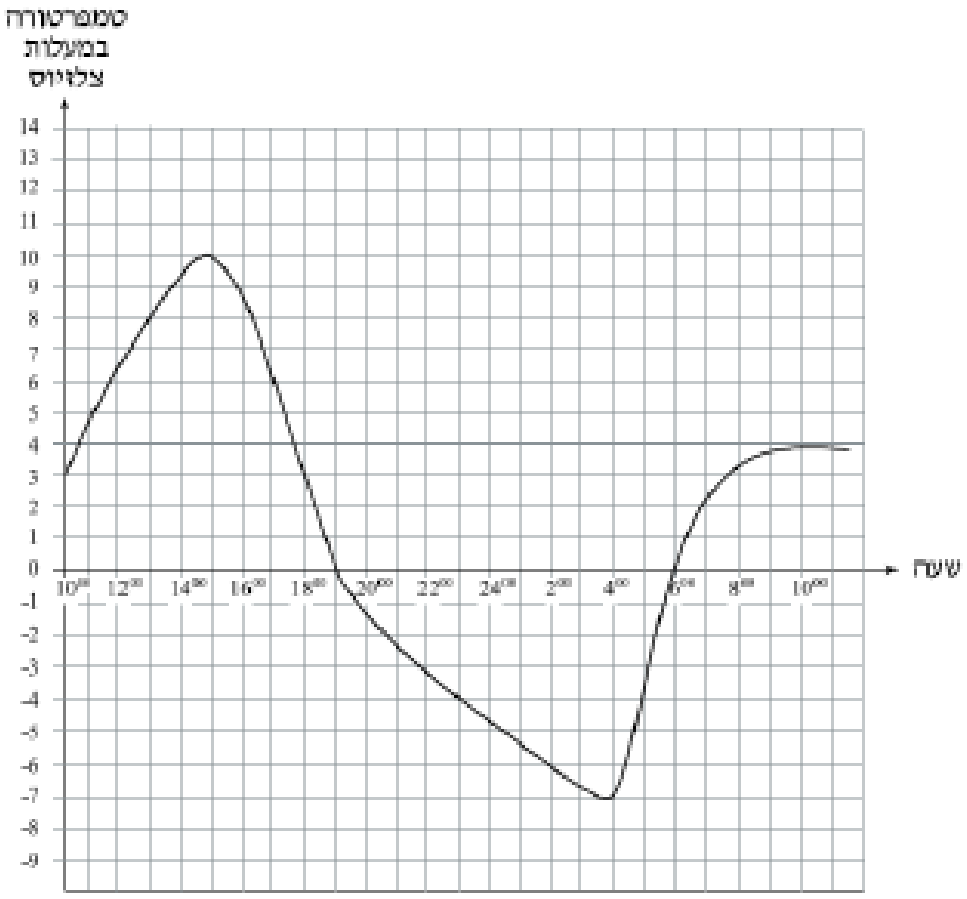
1. يصف الرسم البياني التالي معطيات عن عدد ساعات الاستعداد وعلامات ستّة تلاميذ في امتحان الرياضيات.

أ. مَن مِن التلاميذ استعد للامتحان بأكبر عدد من الساعات؟ أشر الى ذلك في الرسم البياني.

ب. أي التلاميذ حصل على العلامة الأدنى؟ أشر الى ذلك في الرسم.

ج. أي التلاميذ يحقق القول التالي: "بالرغم من المجهود الكبير الذي بذلته، لم أنجح كما يجب"؟ اشرح.

د. لأي التلاميذ يناسب الادّعاء: "لم استعد بشكل كافٍ لكني نجحت"؟ اشرح.



2. يصف الرسم البياني الذي امامك قياس لدرجات حرارة تم قياسها في دولة أوروبية في أحد أيام الشتاء.
في القياس خلال 24 ساعة بدءًا من الساعة 10^{00} صباحًا وحتى 10^{00} صباح اليوم التالي.

تمعن الرسم البياني وأجب عن البنود التي تليه:

أ. في أي ساعة تم قياس أعلى درجة حرارة وفي أيها تم قياس أقل درجة حرارة؟

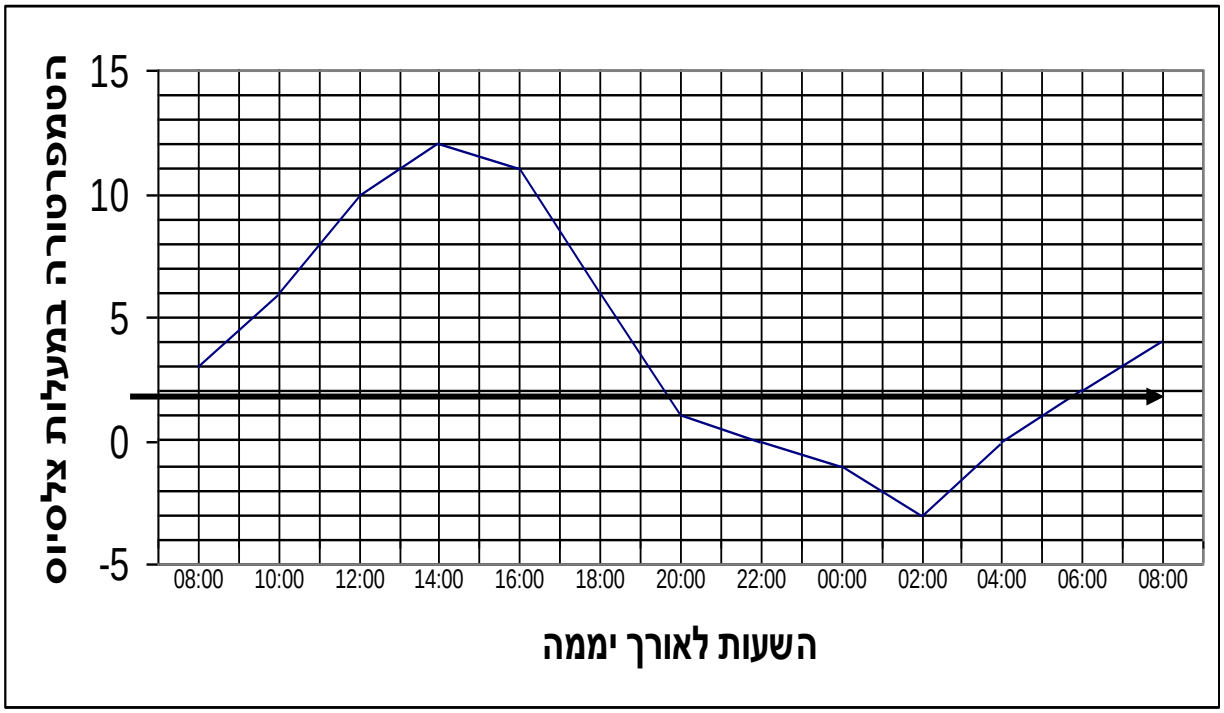
ب. ما هو الفارق (الفجوى) بين أعلى درجة حرارة وأقلها؟

ج. ما هي وتيرة معدل التغير لدرجة الحرارة من الساعة 15^{00} وحتى الساعة 19^{00}؟

د. في أي ساعات اليوم لاحظنا أكبر وتيرة لتغير درجات الحرارة: بين الساعة 10^{00} و- 15^{00} أو بين الساعة 6^{00} و- 10^{00} صباح اليوم التالي؟

ه. بين أي ساعات كانت درجات الحرارة بحالة هبوط؟

3. الرسم البياني الذي أمامكم يصف درجات الحرارة التي قيست في جبل ميرون في أحد أيام الشتاء.



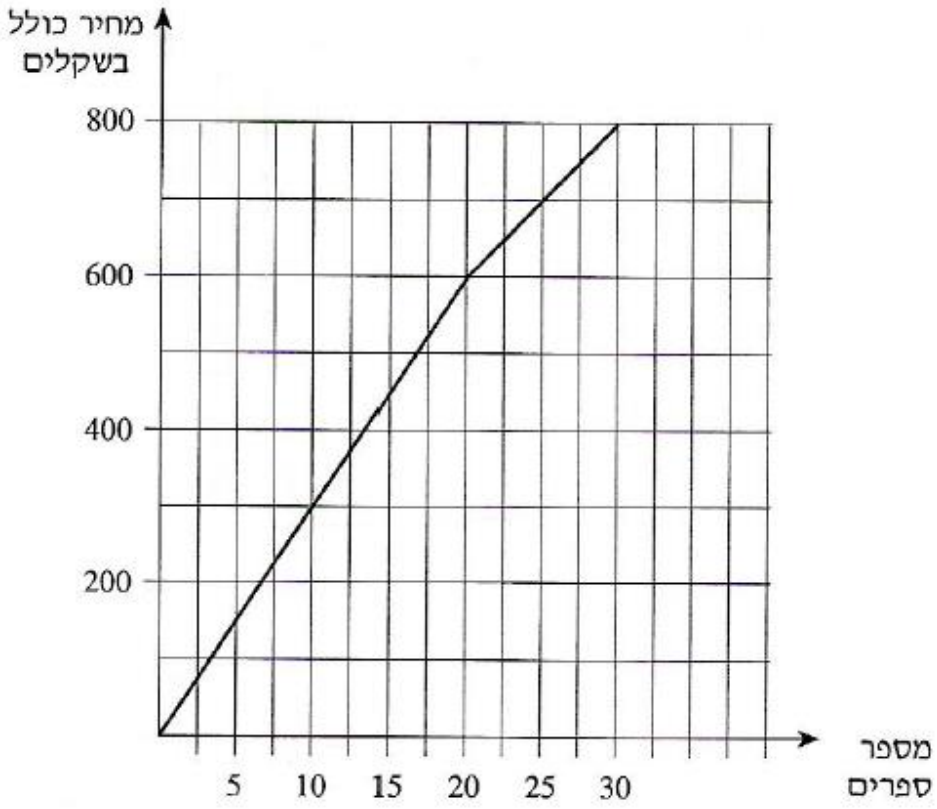
أ) بدأوا بقياس درجات الحرارة عند الساعة: _____ وكانت درجة الحرارة: _____

ب) أدنى درجة حرارة خلال اليوم كانت: _____ عند الساعة: _____

ج) في أي ساعة كانت درجة الحرارة 6 درجة مئوية؟ _____

د) كم كانت درجة الحرارة عند الساعة 5:00؟ _____

4. الرسم البياني الذي أمامكم يصف ثمن كتب كدالة لعدد الكتب التي نشتريها.



تمعّنوا في الرسم البياني وأجيبوا عن البنود التالية:

أ. كم شاقلاً ندفع عندما نشتري 25 كتابًا؟

ب. ما هو سعر كل واحد من الـ 20 كتابًا الأولى؟

ج. ما هو سعر كل واحد من الكتب في المجال بين 20 إلى 30 كتابًا؟

د. اشترى تاجر 30 كتابًا. كم شاقلاً دفع بالمعدل مقابل كل كتاب؟

ملاحظة: في البند ج ، السؤال في الواقع ما هو المعدل في مجال 20-30 كتابًا

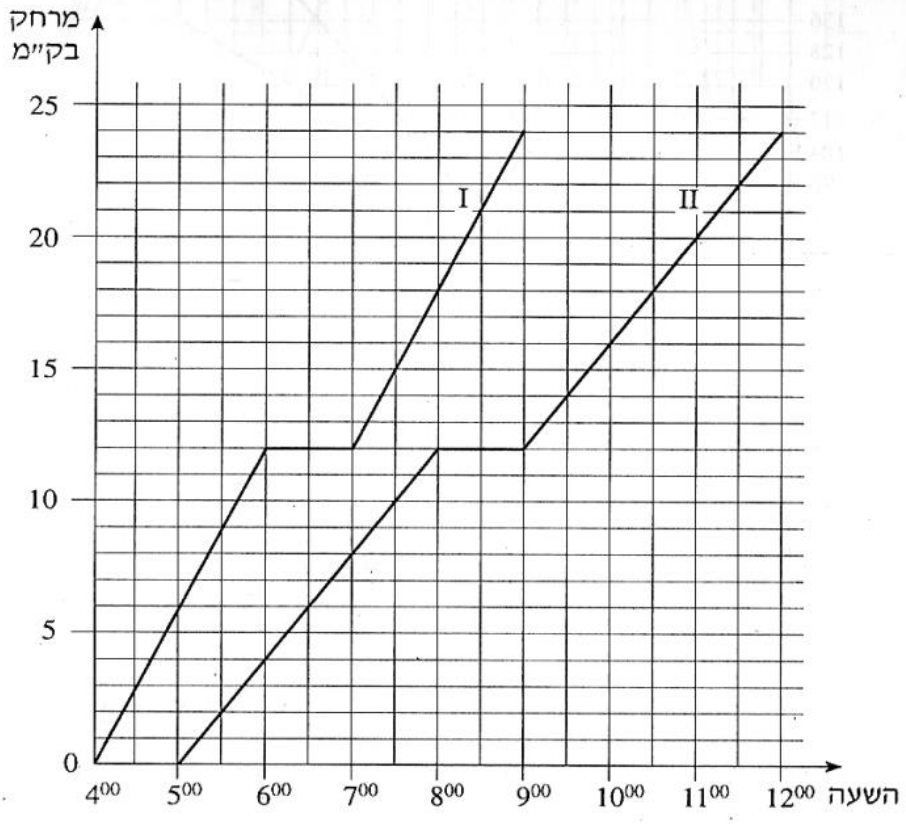
סרטון 1

8. رسمان بيانيان - ملائمة الرسوم البيانية للمعطيات

في التمارين مع رسمين بيانيين ، نحتاج أحيانًا إلى تعديل الرسوم البيانية وفقًا للمعطيات المقدمة لنا.

لن نتمكن من المتابعة إلى البنود الأخرى إلا بعد القيام بذلك.

مثال 1:



خرجت مجموعتان في مسيرة في نفس المسار.

سارت المجموعة السريعة بسرعة 6 كم/ ساعة.

سارت المجموعة البطيئة بسرعة 4 كم / ساعة.

سؤال: أي الرسمين البيانيين I أم II يلائم المجموعة السريعة؟

جواب: **هناك طريقتان لحلها.**

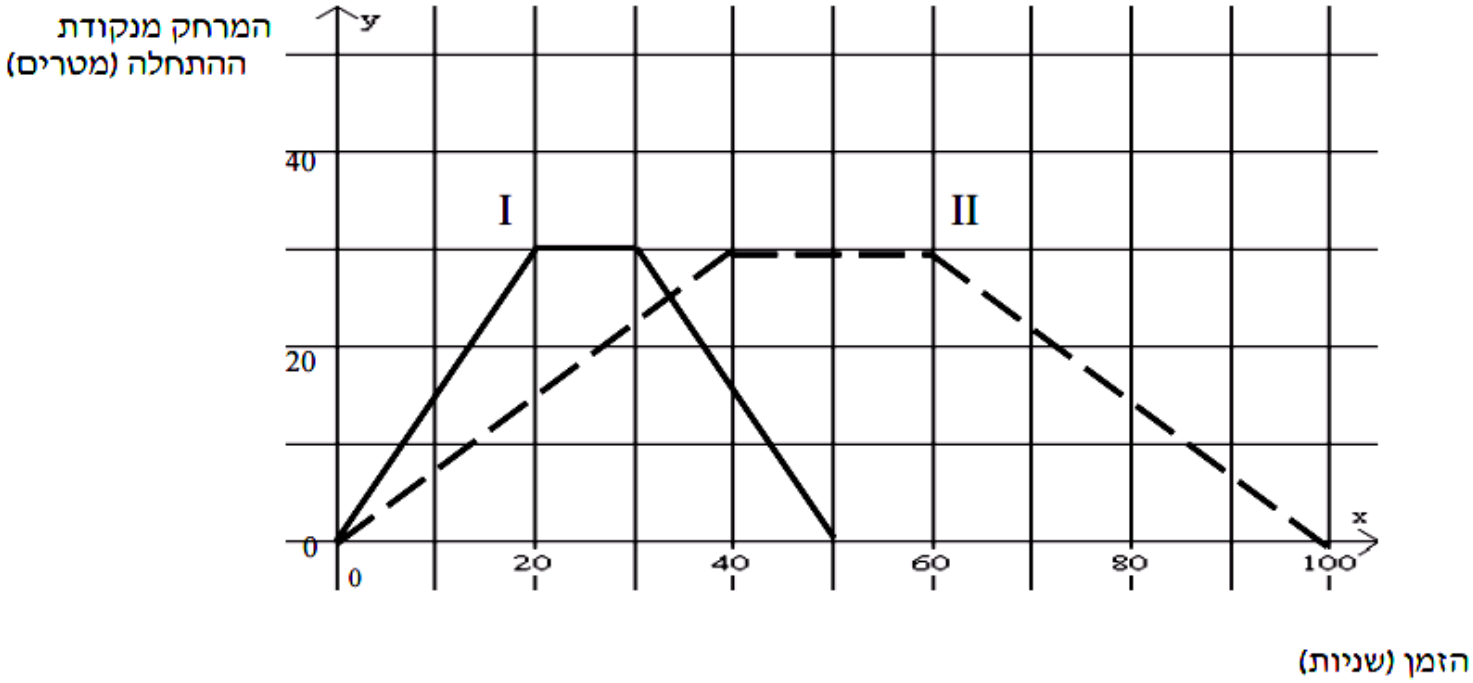
الطريقة 1: استخدام حساب الميل (وفقًا للفصل 3 ، الصفحات 10-11)

الطريقة 2: من النظر إلى الرسم البياني ، يمكنك أن ترى ما يلي:

الرسم البياني I لديه زيادة 12 كم في ساعتين ، وفي الرسم البياني II هناك زيادة 12 كم في 3 ساعات.

استنتاج: المجموعة السريعة تتوافق مع الرسم البياني I

مثال 2:



فادي وسامي يسبحان في بركة سباحة طولها 30 مترًا.

إنهم يسبحان من حافة البركة الواحدة إلى حافة البركة المقابلة. فادي يسبح أسرع من سامي.

سؤال: أي الرسمين I أو II يلائم لفادي وأيهما لسامي؟

جواب: **هناك طريقتان لحلها.**

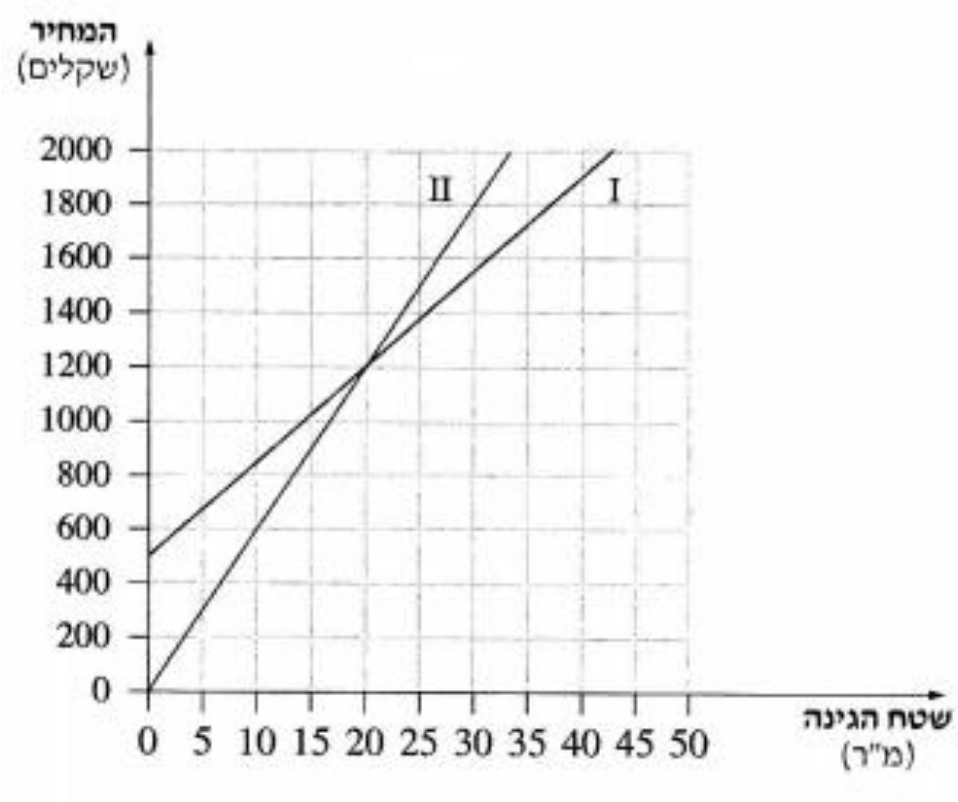
الطريقة 1: استخدام حساب الميل (وفقًا للفصل 3 ، الصفحات 10-11)

الطريقة 2: من النظر إلى الرسم البياني ، يمكنك أن ترى ما يلي:

في الرسم البياني I توجد زيادة 30 متر ب-20 ثانية, وفي الرسم البياني II توجد زيادة 30 متر ب- 40 ثانية.

استنتاج: فادي, السباح الأسرع, ملائم للرسم البياني I

مثال 3:



نشر 2 مقاولي حدائق في صحيفة الحي اقتراحات لتكلفة ترتيب الحديقة.

اقتراح المقاول بلال: 500 ₪ مقابل الاستشارة + 35 ₪ لترتيب كل متر مربع من الحديقة.

اقتراح المقاول جمال: الاستشارة مجانية+ 60 ₪ لترتيب كل متر مربع من الحديقة.

سؤال: أي الرسمين I أو II اقتراح بلال؟ علل

جواب: **هناك طريقتان لحلها.**

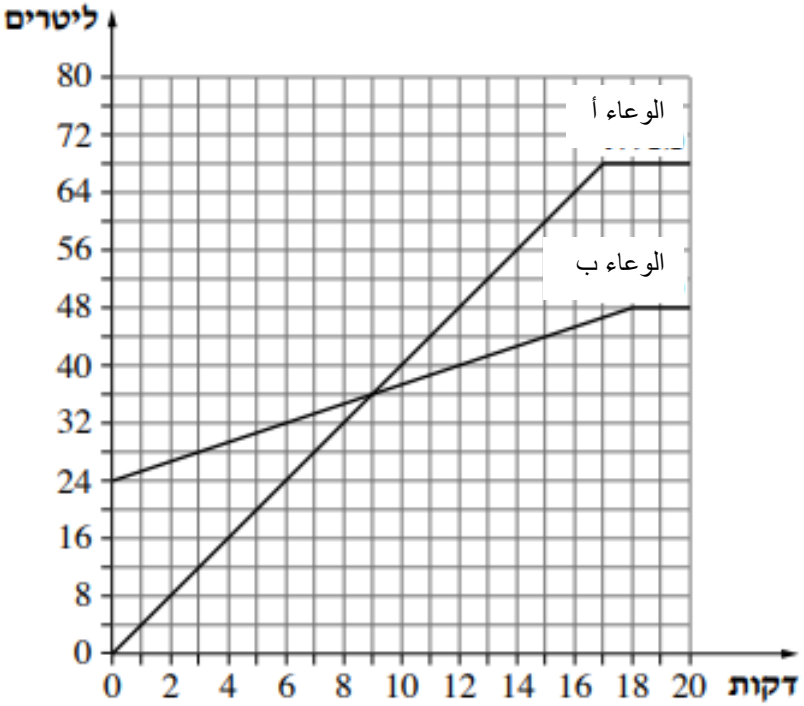
الطريقة 1: استخدام حساب الميل (وفقًا للفصل 3 ، الصفحات 10-11)

الطريقة 2: من النظر إلى الرسم البياني ، يمكنك أن ترى ما يلي:

الرسم البياني I يبدأ من 500 ₪ (تكلفة الاستشارة 500 ₪) ، والرسم البياني II يبدأ من 0 ₪ (استشارة مجانية).

استنتاج: الرسم البياني I ملائم لبلال , الرسم البياني II ملائم لجمال.

تمرين:



معطى وعاءان.: وعاء أ ووعاء ب

الرسمان بيانيان يصفان كمية الماء في الوعاءين كدالة للزمن. (ابتداءً من لحظة فتح الحنفيات).

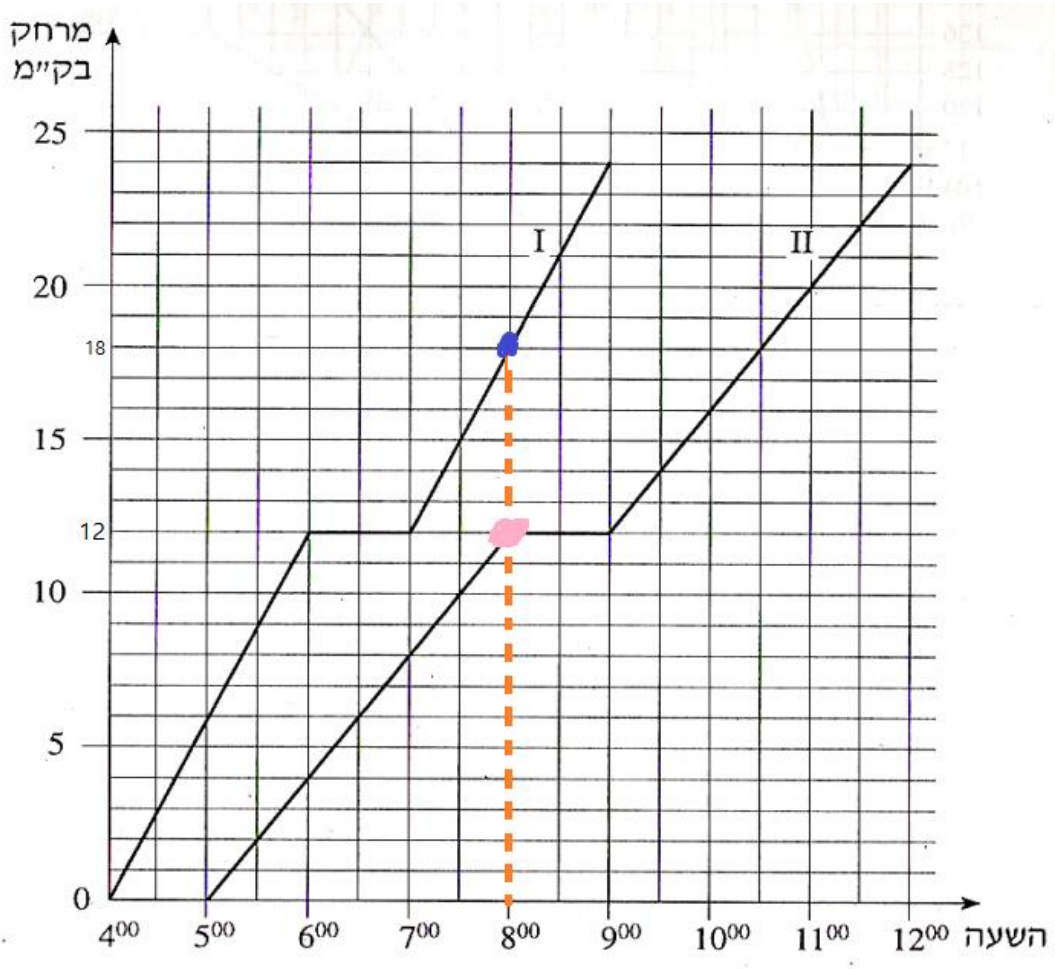
قرر داني رعاية الوعاء الأسرع ، في حين تولت سمر مسؤولية الوعاء الأبطئ.

سؤال: أي الوعاءين لداني، وأيهما لسمر؟

9. مقارنة بين رسمين بيانيين

في التمارين مع رسمين بيانيين، من الضروري عادةً التطرق إلى الرسمين البيانيين في نفس الوقت ـومقارنة المكونات المختلفة. اتبع الأمثلة بعناية.

مثال 1:



يُظهر الرسم البياني سيارتين تسافران بين 00 :12-00 :4، والمسافة التي قطعتها (بالكيلومتر).

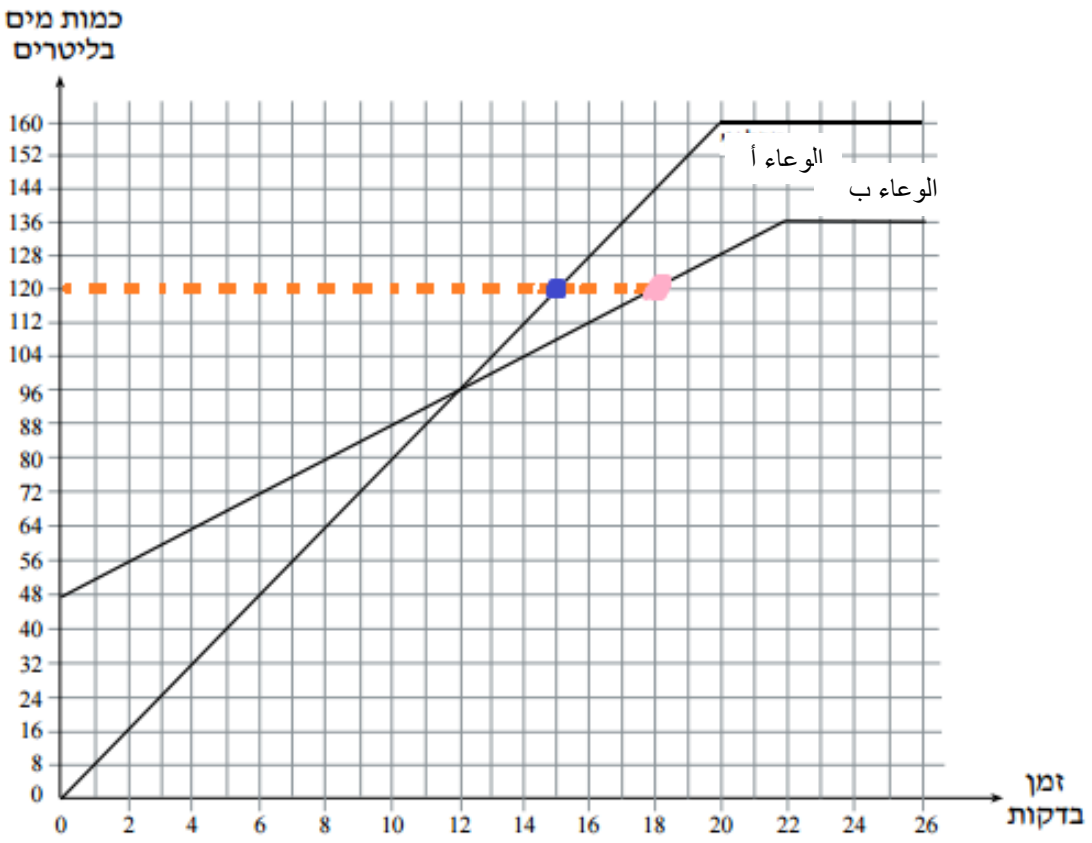
المركبات 1 - الرسم البياني I ، المركبات 2 - الرسم البياني II.

سؤال: ما هي المسافة التي قطعتها كل منها حتى الساعة 00 :8؟

جواب: يوضح الخط **البرتقالي** المتقطع المسافة التي قطعتها كل مركبة.

وفقًا للنقطة **الوردية** - قطعت السيارة 2 مسافة 12 كم ، بينما وفقًا للنقطة **الزرقاء** ، قطعت المركبة 1 مسافة 18 كم.

مثال 2:



يوضح الرسم البياني وعاءين من أ و ب. كل منها يمتلئ بالماء (لتر) مع مرور الوقت (بالدقائق)

سؤال: متى يصل كل وعاء إلى 120 لترًا من الماء؟

جواب: يظهر الخط **البرتقالي** المتقطع متى يصل كل وعاء إلى 120 لترًا من الماء.

وفقًا للنقطة **الوردية** -يستغرق الوعاء ب 18 دقيقة، بينما انه وفقًا للنقطة **الزرقاء** يستغرق الوعاء أ 15 دقيقة.

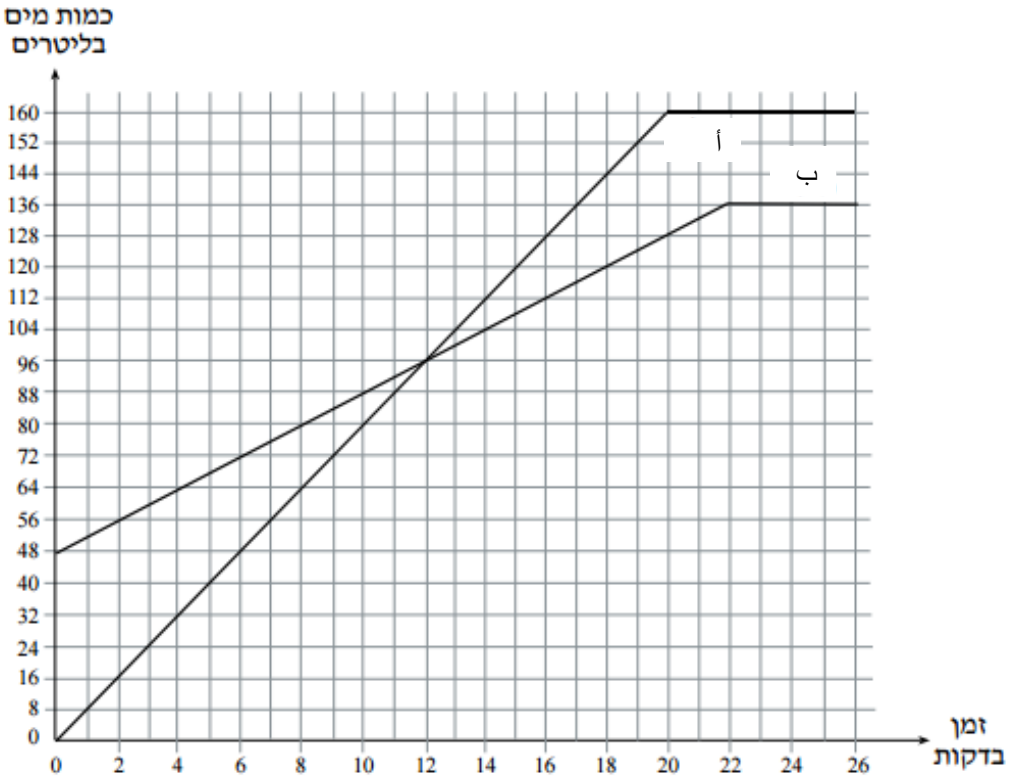
סרטון 1

סרטון 2

تمارين:

1. معطى وعاءان. الوعاء "أ" فارغ وفي الوعاء "ب" يوجد 48 لتر ماء. نصب ماء في الوعاءين حتى امتلائهما.

أمامكم خطان بيانيان يصفان كمية الماء في الوعاءين كدالة للزمن. (ابتداءً من لحظة فتح الحنفيات)



تمعّنوا في الرسم البياني وأجيبوا عن البنود التالية:

أ. كم لتر ماء يوجد في كل واحد من الوعاءين بَعد 10 دقائق منذ فتح الحنفيات؟

ب. بَعد كم دقيقة، منذ لحظة فتح الحنفيات، كان في الوعاء "أ" 72 لتر ماء؟ وبعد كم دقيقة، منذ لحظة فتح الحنفيات، كان في الوعاء "ب" 72 لتر ماء؟

ج. في أيّ وعاء كان أكثر ماء بعد مرور 4 دقائق منذ لحظة فتح الحنفيات، وبكم لتر أكثر؟

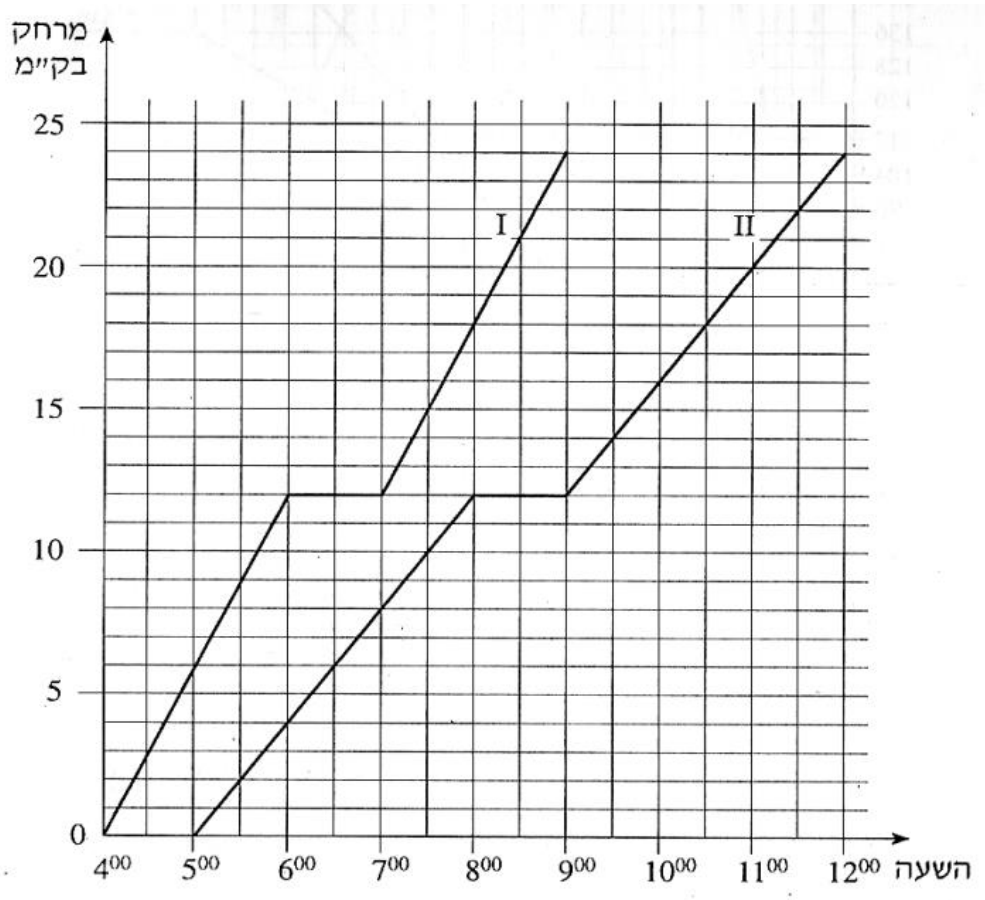
2. خرجت مجموعتان في مسيرة في نفس المسار.

سارت المجموعة I بسرعة 6 كم/ ساعة.

سارت المجموعة II بسرعة 4 كم / ساعة.

كل واحدة من المجموعتين استراحت مرة واحدة أثناء المسيرة.

الرسمان البيانيان I وَ II اللذان أمامكم يصفان بُعد المجموعتين عن نقطة الخروج كدالة للزمن.



تمعّنوا في الرسم البياني وأجيبوا عن البنود التالية:

أ. على أي بُعد عن نقطة الخروج كانت كل مجموعة عند الساعة الـ 6^{00} صباحًا؟

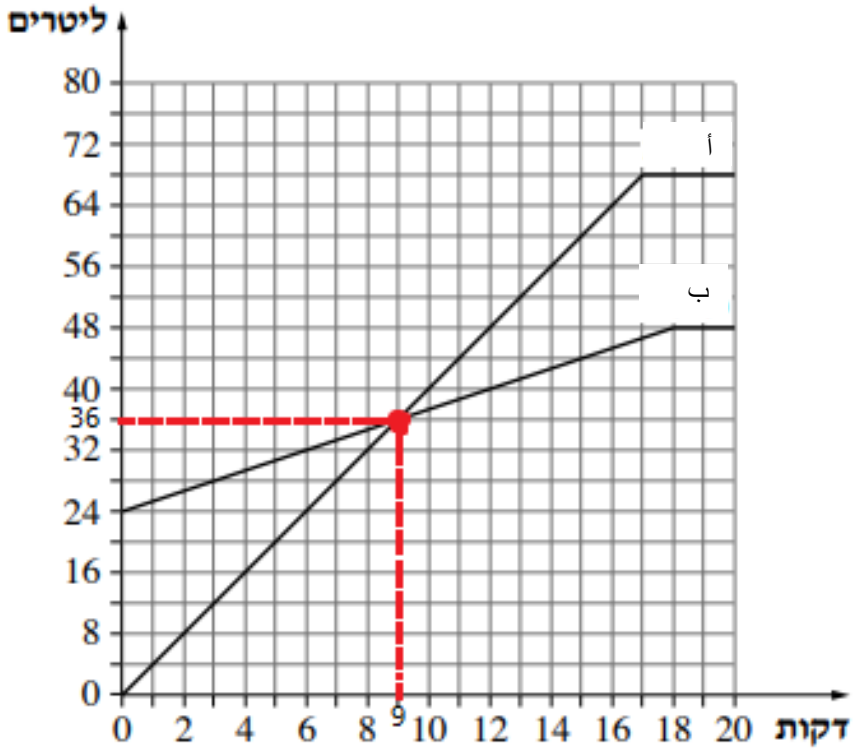
ب. كم كان البُعد بين المجموعتين عندما بدأت المجموعة II استراحتها؟

10. نقطة التقاء بين رسمين بيانيين

عندما نحل التمارين مع رسمين بيانيين، نواجه أحيانًا نقاط التقاء.

تشير هذه النقطة إلى اللحظة التي يحتوي فيها رسمان بيانيان على نفس المعلومات بالضبط.

مثال 1:

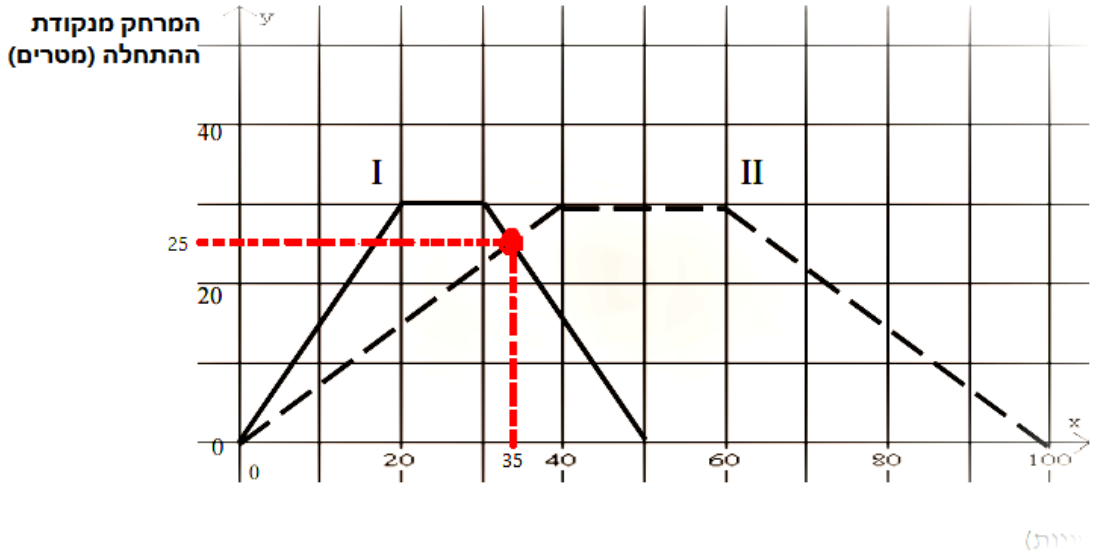


سؤال: متى كان الوعاءين يحتويان على نفس الكمية من الماء (باللتر) وبعد كم دقيقة حدث ذلك؟

جواب: النقطة **الحمراء** توضح لنا اين يلتقي الرسمان البيانيان.

يحدث هذا بعد 9 دقائق ، عندما تكون كمية المياه في كليهما 36 لترًا.

مثال 2:



سؤال: بعد كم من الوقت (بالثواني) يلتقي الرسمان البيانيان؟ وعلى أي مسافة من نقطة البداية؟

جواب: النقطة **الحمراء** توضح لنا اين يلتقي الرسمان البيانيان.

يحدث هذا بعد 35 ثانية، مع قطع كلاهما مسافة 25 متر.

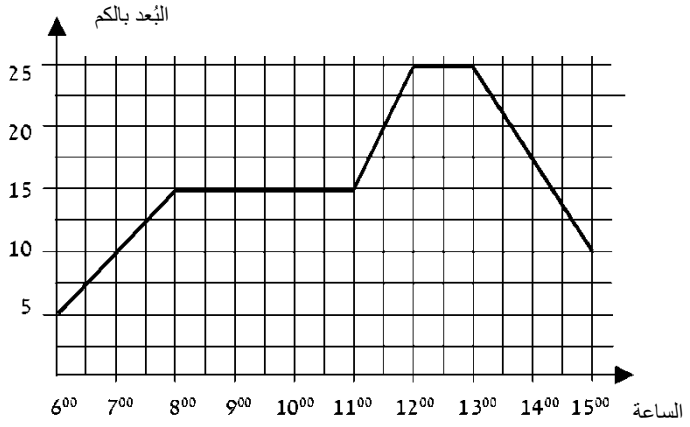
ماذا تعلمنا؟

تعلمنا أنه على الرغم من أن الرسمين البيانيين ليسا متماثلين، وبوتيرة مختلفة، لا تزال هناك لحظة يلتقيان فيها.

في هذه اللحظة، مروا على حد سواء بنفس المعلمات، وبنفس المعلومات.

امتحان نهائي

2. خرج راكب دراجة هوائية من كريات بياليك.
الرسم البياني الذي أمامكم يصف بُعد الراكب عن كريات بياليك كدالة للزمن.



تمعّنوا في الرسم البياني وأجيبوا عن الأسئلة التالية:

أ. على أي بُعد عن كريات بياليك كان راكب الدرّاجة عند الساعة الـ 11^{30}؟

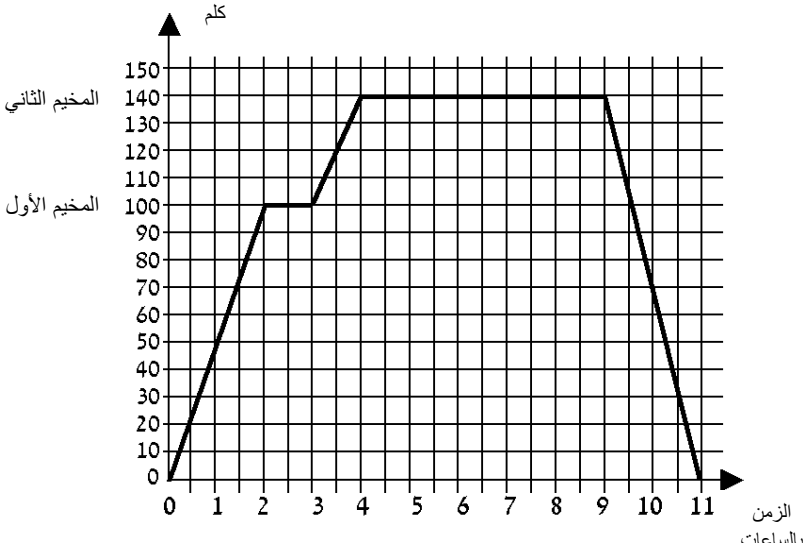
ب. في أيّة ساعات كان راكب الدراجة على بُعد 10 كلم عن كريات بياليك؟

ج. كم مرّة استراح راكب الدراجة وكم من الوقت استمرّت كل استراحة؟

د. أيّ بُعد قطع راكب الدراجة بين الساعة 1300 إلى 15^{00}؟

ه. ما هو مجموع الكيلومترات التي قطعها راكب الدراجة بين الساعة 6^{00} إلى 15^{00}؟

2. خرجت شاحنة من تل أبيب.
توقفت الشاحنة في مخيمين وعادت إلى تل أبيب.
أمامكم رسم بياني يصف بُعد الشاحنة عن تل أبيب، منذ لحظة خروجها وحتى لحظة عودتها.



تمعّنوا في الرسم البياني وأجيبوا عن البنود التالية:

أ. كم من الوقت مكثت الشاحنة في المخيم الأول، وكم من الوقت مكثت في المخيم الثاني؟

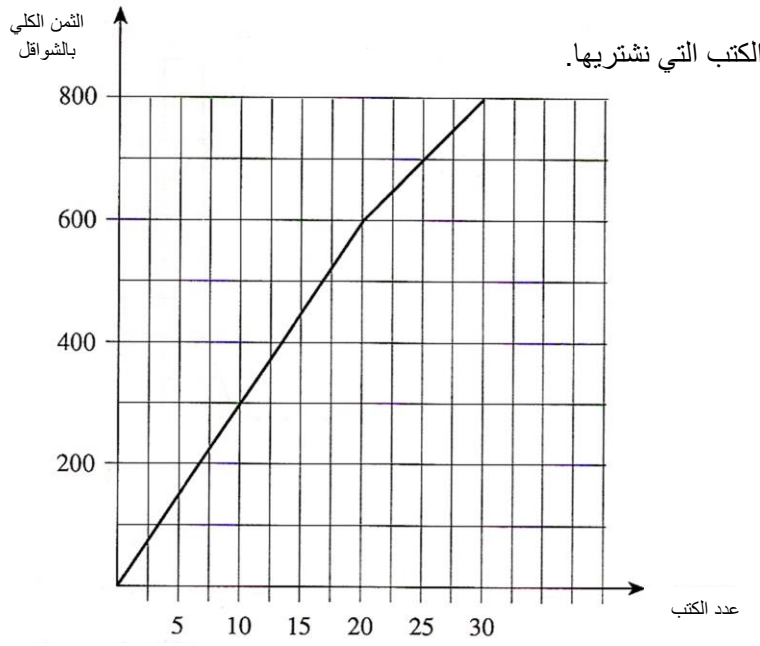
ب. ما هو البُعد بين المخيم الأول المخيم الثاني؟

ج. ما هو طول كل الطريق التي قطعتها الشاحنة منذ لحظة خروجها وحتى عودتها؟

د. بعد كم من الوقت منذ لحظة الخروج من تل أبيب، وصلت الشاحنة إلى المخيم الثاني؟

ه. كم من الوقت استغرقت طريق العودة من المخيم الثاني إلى تل أبيب؟

3. الرسم البياني الذي أمامكم يصف ثمن كتب كدالة لعدد الكتب التي نشتريها.



تمعّنوا في الرسم البياني وأجيبوا عن البنود التالية:

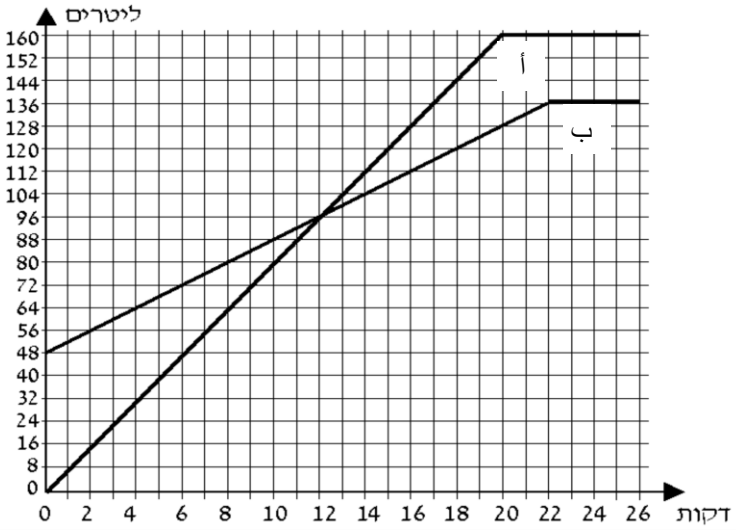
أ. كم شاقلاً ندفع عندما نشتري 25 كتابًا؟

ب. ما هو سعر كل واحد من الـ 20 كتابًا الأولى؟

ج. ما هو سعر كل واحد من الكتب في المجال بين 20 إلى 30 كتابًا؟

د. اشترى تاجر 30 كتابًا. كم شاقلاً دفع بالمعدل مقابل كل كتاب؟

4. معطى وعاءان. الوعاء "أ" فارغ
وفي الوعاء "ب" يوجد 48 لتر ماء.
نصب ماء في الوعاءين حتى امتلائهما.
أمامكم خطان بيانيان يصفان كمية الماء
في الوعاءين كدالة للزمن.
(ابتداءً من لحظة فتح الحنفيات).



تمعّنوا في الرسم البياني وأجيبوا عن البنود التالية:

أ. كم لتر ماء يوجد في كل واحد من الوعاءين بَعد 4 دقائق منذ فتح الحنفيات؟

ب. بَعد كم دقيقة، منذ لحظة فتح الحنفيات، كان في الوعاء "أ" 120 لتر ماء؟ وبعد كم دقيقة، منذ لحظة فتح الحنفيات، كان في الوعاء "ب" 120 لتر ماء؟

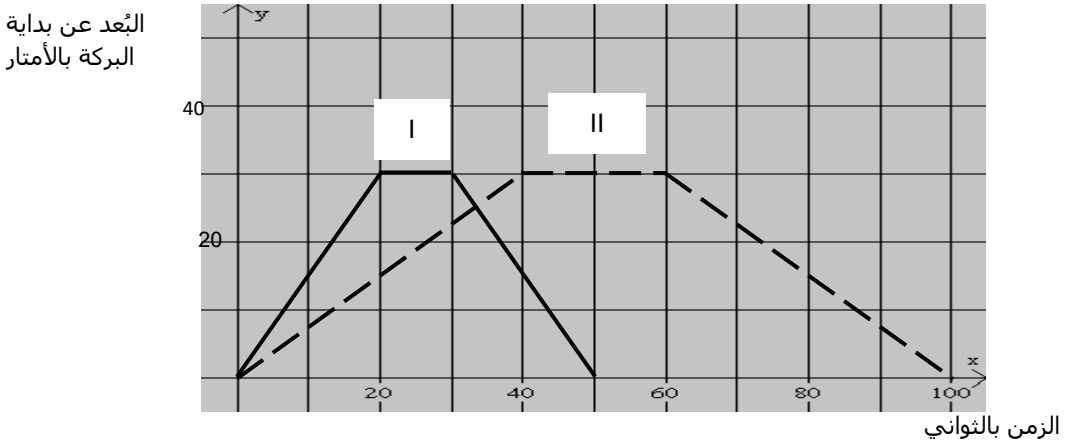
ج. خلال كم دقيقة، منذ لحظة فتح الحنفيات، كانت كمية الماء في الوعاء "ب" أكبر من كمية الماء في الوعاء "أ"؟

د. في أيّ وعاء كان أكثر ماء بعد مرور 20 دقيقة منذ لحظة فتح الحنفيات، وبكم لتر أكثر؟

ه. بعد كم دقيقة منذ لحظة فتح الحنفيات امتلأ الوعاء "ب"؟

5. يسبح عامر وسعيد في بركة طولها 30 م. يبدأ كِلاهما السباحة في نفس الوقت، ويقطعان البركة من طرف إلى الطرف المقابل. عند وصولهما حافة البركة يستريحان قليلا، ثمّ يغيّران اتجاه سباحتهما ويعودان إلى نقطة البداية. عامر أسرع من سعيد في السباحة.

أمامكم خطان بيانيان يصفان زمن سباحة كل واحد منهما، وبُعده عن بداية البركة، خلال سباحته لمرة واحدة من بداية البركة وحتى نهايتها، ذهابًا وإيابًا.



أ. لائموا لكل واحد من السابحَيْن الخط البياني المناسب له. فسّروا.

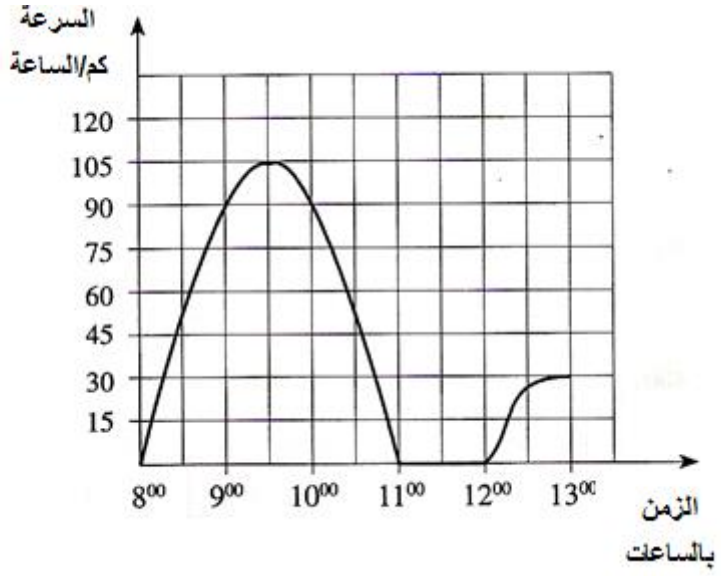
ب. ما هو زمن استراحة كل واحد منهما عند حافة البركة؟

ج. بَعد مرور كم من الوقت، تقريبًا، منذ بداية السباحة التقى السابِحان؟

د. هل سبح كِلاهما في نفس الاتجاه أم باتجاه معاكس عند نقطة الالتقاء؟ فسّروا.

ه. بكم ثانية أنهى عامر سباحته قبل سعيد؟

6. يصف الرسم البياني الذي أمامك سرعة سيارة بكل لحظة معطاة من الساعة 8^{00} وحتى الساعة 13^{00}.



تمعن الرسم البياني وأجب عن الأسئلة التالية:

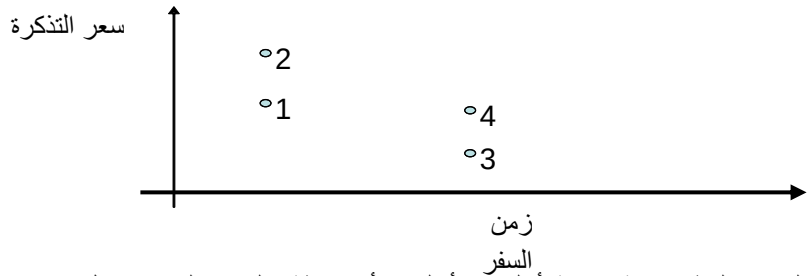
أ. في أي ساعة سارت السيارة بأقصى سرعة، كم كانت سرعتها بالكم/الساعة؟

ب. في أي الساعات كانت السيارة متوقفة؟

ج. كم كانت سرعة السيارة الساعة 9^{00} ؟

د. في أي الساعات كانت سرعة السيارة بوتيرة تصاعدية؟

7. يصف الرسم البياني التالي زمن وتكلفة السفر من- A الى- B لأربعة أشخاص بالطائرة وبالقطار. السفر بالقطار أقل تكلفة منه بالطائرة إلّا أنّ زمن السفر أطول.



أ. اختار يوسف السفر بالقطار بفئة درجة أولى (الأغلى). أي نقطة بالرسم البياني تمثل زمن وتكلفة سفره؟ اشرح.

ب. دينا اختارت السفر بالطائرة بفئة درجة سياحيّة (الأرخص). أي نقطة بالرسم البياني تصف ومن وتكلفة سفرها؟ اشرح.

ج. أي بطاقة الأعلى سعرًا؟ اشرح.

د. أي البطاقتين لهما تقريبًا نفس السعر؟ اشرح كيف وجدت ذلك.

ه. قررت شذا السفر بالباص (أبطأ وأرخص من القطار). أشر الى نقطة يمكن أن تصف زمن وتكلفة سفرها. اشرح.